

Είναι το ηλεκτρικό ρεύμα διανυσματικό μέγεθος:

Για να εξετάσουμε το κύκλωμα LC με διδακτική συνέπεια νομίζω ότι θα πρέπει να τηρήσουμε τους ορισμούς που δώσαμε στα παιδιά στη Β' Λυκείου. Ας ξεκινήσουμε με αυτούς τους ορισμούς πάνω στους οποίους και θα στηριχθούμε:

- Διαφορά δυναμικού V_{AB} ανάμεσα σε δύο σημεία A και B ηλεκτρικού πεδίου τα οποία έχουν δυναμικό V_A και V_B αντίστοιχα, ονομάζεται η διαφορά των δυναμικών $V_A - V_B$ των δύο αυτών σημείων. Δηλαδή $V_{AB} = V_A - V_B$

Η διαφορά δυναμικού μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή μηδέν.

Προφανώς ισχύει $V_{AB} = -V_{BA}$ και συνεπώς έχει σημασία να ξεκαθαρίζουμε αν αναφερόμαστε στην V_{AB} ή στην V_{BA} .

- Τάση V ανάμεσα σε δύο σημεία A και B ηλεκτρικού πεδίου τα οποία έχουν δυναμικό V_A και V_B αντίστοιχα, ονομάζεται η απόλυτη τιμή της διαφοράς των δυναμικών των δύο αυτών σημείων.

Δηλαδή $V = |V_A - V_B|$

Η τάση εξ ορισμού είναι μη αρνητικό μονόμετρο μέγεθος.

Προφανώς ισχύει $V = |V_{AB}| = |V_{BA}| = |V_A - V_B| = |V_B - V_A|$.

- Φορτίο πυκνωτή ονομάζεται το φορτίο του θετικού οπλισμού του πυκνωτή.

Επειδή στα κυκλώματα που θα εξετάσουμε οι οπλισμοί των πυκνωτών φέρουν αντίθετα φορτία, μπορούμε να πούμε ότι φορτίο πυκνωτή ονομάζεται η απόλυτη τιμή $|q|$ του φορτίου q οποιουδήποτε οπλισμού του.

Το φορτίο ενός πυκνωτή είναι εξ ορισμού μη αρνητικό μονόμετρο μέγεθος.

- Τάση πυκνωτή ονομάζεται η τάση που επικρατεί μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

Η τάση V ενός πυκνωτή είναι εξ ορισμού μη αρνητικό μονόμετρο μέγεθος.

Από τα παραπάνω προκύπτει ότι η χωρητικότητα C του πυκνωτή, **μέγεθος μονόμετρο θετικό**, πληροί με συνέπεια τη σχέση $|q| = C \cdot V$ στην οποία τα μεγέθη, φορτίο πυκνωτή $|q|$ και τάση πυκνωτή V , είναι μη αρνητικές ποσότητες.

(Ηλεκτρικό) Ρεύμα και ένταση (του ηλεκτρικού) ρεύματος

Γραμμική κατανομή φορτίων πυκνότητας κ , κινείται κατά μήκος ενός σύρματος πάρα πολύ μικρής διατομής. Κινείται δηλαδή κατά μήκος μιας γραμμής, ή αλλιώς "κατά μήκος ενός μονοδιάστατου κόσμου".

Σε χρόνο dt , από το τυχαίο σημείο M του πολύ λεπτού σύρματος περνά με ταχύτητα $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$, απειροστικό φορτίο dq , κατανεμημένο σε στοιχειώδες μήκος $|d\vec{l}|$.

Ονομάζουμε (ηλεκτρικό) ρεύμα της γραμμικής αυτής κατανομής φορτίων πυκνότητας κ , στο σημείο M , το διανυσματικό μέγεθος

$$\vec{i} = \kappa \cdot \vec{v} \quad (1)$$

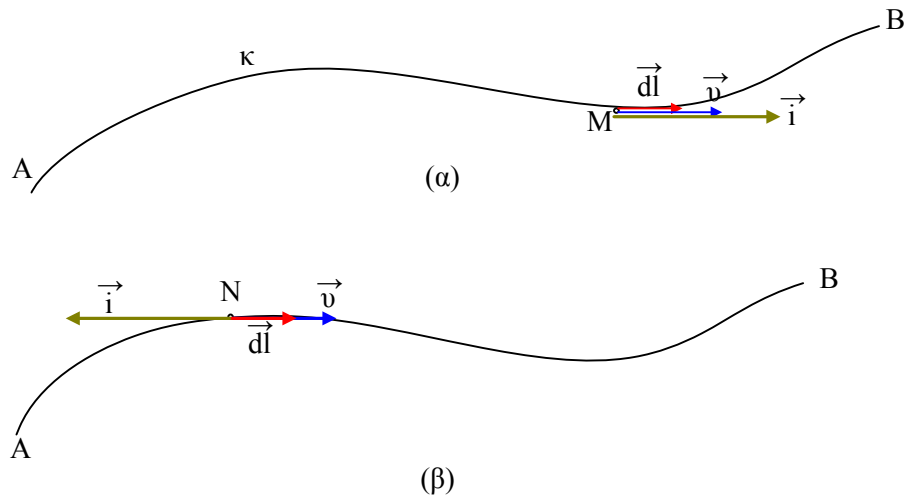
Στην παραπάνω σχέση αντικαθιστώντας τη γραμμική πυκνότητα του φορτίου $\kappa = \frac{dq}{|d\vec{l}|}$ προκύπτει

$$\vec{i} = \frac{dq}{|d\vec{l}|} \cdot \vec{v} \quad (2)$$

Επομένως εξ ορισμού όταν κινούνται φορτία dq , το ρεύμα τους \vec{i} έχει ίδια κατεύθυνση με την ταχύτητά τους \vec{v} αν τα φορτία είναι θετικά και αντίθετη κατεύθυνση από την ταχύτητά τους, αν τα φορτία είναι αρνητικά. (Σχήμα 1)

Όμως η ταχύτητα της κατανομής στο σημείο M είναι $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ και συνεπώς το ρεύμα είναι

$$\vec{i} = \kappa \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{dq}{|d\vec{l}|} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \frac{dq}{dt} \frac{d\vec{l}}{|d\vec{l}|} \quad (3)$$



Σχήμα 1 (α) Θετικά φορτία γραμμικής κατανομής και πυκνότητας κ κινούνται από το A προς το B.
 (β) Αρνητικά φορτία γραμμικής κατανομής και πυκνότητας κ κινούνται από το A στο B.
 Το ρεύμα και στις δύο περιπτώσεις είναι $\vec{i} = \kappa \cdot \vec{v}$

Το μέτρο του ρεύματος \vec{i} είναι

$$|\vec{i}| = \left| \frac{dq}{dt} \right| = \frac{|dq|}{dt} \quad (4)$$

Το μέτρο αυτό ονομάζεται **ένταση του (ηλεκτρικού) ρεύματος** στο σημείο M.

Η ένταση του ρεύματος, ως μέτρο διανύσματος, είναι εξ ορισμού μονόμετρο μη αρνητικό μέγεθος.

Δηλαδή ενώ το ρεύμα είναι μέγεθος διανυσματικό η ένταση είναι το μέτρο του.

Αν δε θέλουμε να γράψουμε σχέσεις και να κάνουμε υπολογισμούς που να χρειάζονται το ρεύμα \vec{i} σε διανυσματική γραφή στον τρισδιάστατο χώρο (νόμος Biot-Savart, δυνάμεις, εντάσεις μαγνητικών πεδίων κ.λ.π.), τότε, επειδή το λεπτό σύρμα των κυκλωμάτων μας είναι ένας "μονοδιάστατος κόσμος" και έχει υποχρεωτικά δύο μόνο "κατευθύνσεις", μπορούμε να τις διακρίνουμε μεταξύ τους, αποδίδοντας στη μία το (+) και στην άλλη το (-), όπως κάνουμε και στους κοινούς, συνηθισμένους άξονες.

Η επιλογή της κατεύθυνσης που θα χαρακτηρίσουμε ως (+) είναι αποκλειστικά δική μας υπόθεση. Δεν πρέπει όμως να ξεχνάμε ότι αυτή

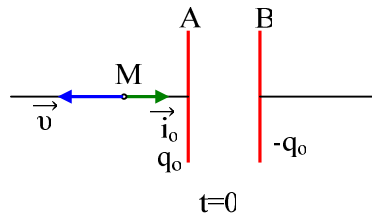
η επιλογή αφορά αποκλειστικά τον μονοδιάστατο κόσμο των λεπτών συρμάτων με τα οποία δουλεύουμε. Τα σύρματα αυτά είναι ουσιαστικά γραμμές πάνω στις οποίες κινούνται τα φορτία. Άρα μπορούν να έχουν οποιοδήποτε σχήμα.

Για το λόγο αυτό δεν μπορούν να συνδυαστούν ελαφρά τη καρδιά με τα (+) και (-) των συστημάτων αξόνων που συνήθως χρησιμοποιούμε. Εκτός αν το τμήμα του σύρματος με το οποίο ασχολούμαστε είναι ευθύγραμμο και αποτελέσει το ίδιο άξονα συντεταγμένων.

Πυκνωτής και ηλεκτρικό ρεύμα

Εξετάζουμε τον πυκνωτή του σχήματος 2. Πρέπει ευθύς αμέσως να επιλέξουμε τον οπλισμό αναφοράς, τον οπλισμό δηλαδή του οποίου το φορτίο θα παρακολουθήσουμε.

Έστω ότι επιλέξαμε τον οπλισμό A ως οπλισμό αναφοράς



Σχήμα 2 Τη χρονική στιγμή $t=0s$ ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τον οπλισμό A με ταχύτητα \vec{v} . Το ρεύμα \vec{i}_0 έχει κατεύθυνση προς τον A, ο οποίος έχει φορτίο q_0 .

Αν σε χρόνο dt η μεταβολή του φορτίου του οπλισμού αναφοράς A είναι dq τότε, επειδή κινούνται μόνο ηλεκτρόνια, το φορτίο που εγκατέλειψε ή έφτασε στον οπλισμό αναφοράς A σε χρόνο dt είναι $-|dq|$.

Όμως όσο φορτίο εγκαταλείπει ή φτάνει στον οπλισμό A σε χρόνο dt , τόσο περνάει και από κάθε σημείο του κυκλώματος στο ίδιο χρονικό διάστημα. Από το σημείο M λοιπόν, σε χρονικό διάστημα dt , πέρασε φορτίο $-|dq|$ απομακρυνόμενο ή πλησιάζοντας προς τον οπλισμό αναφοράς A με ταχύτητα $\vec{v} = \frac{d\vec{l}}{dt}$ και κατανεμημένο σε απειροστό μήκος $|d\vec{l}|$.

Από τη σχέση (3) προκύπτει ότι το ρεύμα στο M είναι

$$\vec{i} = -\frac{|dq|}{dt} \frac{d\vec{l}}{|d\vec{l}|} \quad (5)$$

Όταν ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τον A το φορτίο του q γίνεται "λιγότερο αρνητικό". Αυτό μαθηματικά σημαίνει ότι το q αυξάνει και κατά συνέπεια $dq > 0$. Αντίθετα όταν ηλεκτρόνια φτάνουν στον A το φορτίο του γίνεται "περισσότερο αρνητικό". Αυτό μαθηματικά σημαίνει ότι το q μειώνεται και συνεπώς $dq < 0$.

Στο μονοδιάστατο κόσμο των συρμάτων επιλέξαμε την "κατεύθυνση" προς τον οπλισμό αναφοράς A θετική.

Άρα όταν ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τον A η ταχύτητα \vec{v} των ηλεκτρονίων και το διάνυσμα $d\vec{l}$ μπορούν να παρασταθούν με αλγεβρικές τιμές $-|\vec{v}|$ και $-|d\vec{l}|$ αντίστοιχα.

Αντιθέτως όταν ηλεκτρόνια φτάνουν στον A οι αλγεβρικές τιμές των \vec{v} και $d\vec{l}$ είναι $|\vec{v}|$ και $|d\vec{l}|$.

Συνοψίζουμε τα παραπάνω και τα εφαρμόζουμε στη σχέση (5)

- **Ηλεκτρόνια εγκαταλείπουν τον οπλισμό αναφοράς A**

Τότε $dq > 0$, το διάνυσμα $d\vec{l}$ μπορεί να γραφτεί $-|d\vec{l}|$ και συνεπώς το ρεύμα λόγω της (5) γράφεται "αλγεβρικά" $i = \frac{dq}{dt}$

- **Ηλεκτρόνια φτάνουν στον οπλισμό αναφοράς A**

Τότε $dq < 0$, το διάνυσμα $d\vec{l}$ μπορεί να γραφτεί $|d\vec{l}|$ και συνεπώς το ρεύμα λόγω της (5) γράφεται "αλγεβρικά" $i = \frac{dq}{dt}$

Επιλέγοντας λοιπόν ως θετική την κατεύθυνση προς τον οπλισμό αναφοράς A το φορτίο q του οπλισμού και η αλγεβρική τιμή του ρεύματος που κυκλοφορεί στο κύκλωμα συνδέονται με τη σχέση

$$i = \frac{dq}{dt}$$

Αν είχαμε επιλέξει ως θετική όχι την κατεύθυνση προς τον σπλισμό αναφοράς αλλά την αντίθετη, τότε η αλγεβρική τιμή του ρεύματος θα δινόταν από τη σχέση $i = -\frac{dq}{dt}$.

Αυτό δε θα άλλαζε σε τίποτε τον τρόπο με τον οποίο θα μελετήσουμε τα κυκλώματα.

Ο λόγος που επιλέξαμε ως θετική την κατεύθυνση προς τον σπλισμό αναφοράς ήταν η επιθυμία μας η αλγεβρική τιμή του ρεύματος να πάρει τη μορφή $i = \frac{dq}{dt}$, γιατί τη γραφή αυτή έχουν συνηθίσει τα μάτια μας και γιατί η γραφή αυτή δε θα δημιουργήσει προβλήματα στην αντιστοιχία με την ταχύτητα της μηχανικής ταλάντωσης

(Στα παρακάτω δε θα λέμε πια αλγεβρική τιμή ρεύματος, αλλά σκέτο ρεύμα)

Συμπεράσματα:

- Η επιλογή θετικής και αρνητικής φοράς στο κύκλωμα καθορίζει το πρόσημο που χρησιμοποιείται για να δηλωθεί η κατεύθυνση αποκλειστικά και μόνο του ρεύματος.
- Το πρόσημο του φορτίου του σπλισμού αναφοράς δεν είναι δικιά μας μαθηματική επιλογή, αλλά απαίτηση της Φύσης να διακρίνουμε με κάποιο τρόπο μεταξύ τους τα δύο είδη ηλεκτρικών φορτίων που διαθέτει.

Αν ο σπλισμός αναφοράς έχει έλλειμμα ηλεκτρονίων υποχρεωτικά συμβολίζουμε $q > 0$, ενώ αν ο σπλισμός έχει περίσσειμα ηλεκτρονίων συμβολίζουμε υποχρεωτικά $q < 0$.

Αυτό το τελευταίο όχι μόνο δε γίνεται να το αλλάζουμε κάθε φορά που επιλέγουμε φορά στο κύκλωμα, αλλά επειδή ισχύει υποχρεωτικά για όλη τη φυσική άπαξ δια παντός, (από εποχής Franklin) πρέπει να το συνδέσουμε με μαθηματική συνέπεια με τα υπόλοιπα φυσικά μεγέθη. Είναι αντικειμενική κατάσταση, είναι φυσική απαίτηση, είναι μια πραγματικότητα που βάζει απαιτήσεις στους ορισμούς μας, στα μαθηματικά μας εργαλεία, στις εκφράσεις μας, στους χειρισμούς μας προς τη διαφορική εξίσωση.

Από τα παραπάνω βγαίνει κάτι πάρα πού σημαντικό:

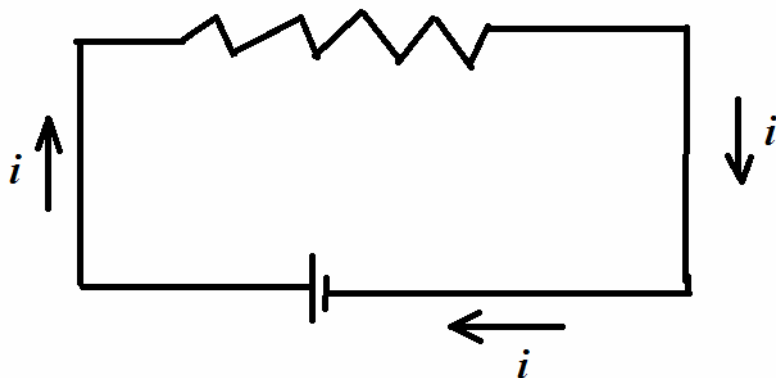
Υπάρχει μια αμφιμονοσήμαντη αντιστοιχία μεταξύ της σχέσης στην οποία επιθυμούμε να καταλήξει ο ορισμός του ρεύματος και της κατεύθυνσης που υιοθετούμε ως θετική στο κύκλωμα.

- ✓ Αν επιθυμούμε ο ορισμός του ρεύματος να καταλήξει στην αλγεβρική σχέση $i = \frac{dq}{dt}$, που είναι οικεία στη ματιά και φέρνει σε καλύτερη αντιστοιχία την απλή αρμονική ταλάντωση και το κύκλωμα LC , τότε **δεσμευτικά** θα πρέπει να επιλέξουμε ως θετική φορά του ρεύματος την "κατεύθυνση" **προς τον οπλισμό αναφοράς A**.
- ✓ Αν επιθυμούμε ο ορισμός του ρεύματος να καταλήξει στην αλγεβρική σχέση $i = -\frac{dq}{dt}$, (που είναι αρκετά αιρετικό) τότε **δεσμευτικά** θα πρέπει να επιλέξουμε ως θετική φορά του ρεύματος στα σύρματα την "κατεύθυνση" **από τον οπλισμό αναφοράς A προς τον B μέσω των συρμάτων**.

Όλα τα παραπάνω είναι ένα θαυμάσιο προϊόν συνύφανσης μιας δικιάς μας επιλογής (αν δηλαδή η πορεία προς τον οπλισμό αναφοράς μέσω του κυκλώματος θα επιλεγεί ως θετική ή ως αρνητική), μιας φυσικής νομοτέλειας (ότι δηλαδή στον Κόσμο υπάρχουν δύο ειδών φορτία) και της ανάγκης να περιγράψουμε τον Κόσμο μας με όλη τη ακρίβεια, συνέπεια και αυστηρότητα των μαθηματικών που διαθέτει ο ανθρώπινος πολιτισμός.

Είναι καταπληκτική η συμβίωση τόσων διαφορετικών "πλασμάτων" σε ένα απλό κύκλωμα. Τέτοιο πράγμα δεν είχαμε να θαυμάσουμε στις μηχανικές ταλαντώσεις.

Στις μηχανικές ταλαντώσεις το πρόσημο που θα προσδιόριζε την κατεύθυνση της απομάκρυνσης x (που είναι το αντίστοιχο μέγεθος του q), ήταν καθαρά δικιά μας επιλογή. Γι' αυτό αλλάζοντας την επιλογή της φοράς που θεωρούσαμε ως θετική στον άξονα x , αλλάζαμε αυτόματα τόσο το πρόσημο του x όσο και το πρόσημο της u . Και σε κάποια επόμενη άσκηση μπορούσαμε να τα αλλάξουμε πάλι όλα χωρίς κανένα πρόβλημα.



Από τα παραπάνω εξηγούνται θαυμάσια και κάποια άλλα πράγματα που τόσο καιρό χρησιμοποιούμε, αλλά που σπάνια τους δίνουμε ή τους δώσαμε σημασία.

- Στα κυκλώματα σημειώνουμε βελάκι, διάνυσμα δηλαδή. Άρα σημειώνουμε το ρεύμα που από ορισμό είναι διάνυσμα και όχι την ένταση που είναι το μέτρο του διανύσματος.
- Όταν σημειώνουμε το ρεύμα σε ένα κύκλωμα (βλέπε πιο πάνω σχήμα) ενώ σημειώνουμε διάνυσμα που του αλλάζουμε την κατεύθυνση καθώς διατρέχουμε το κύκλωμα έχουμε το δικαίωμα να χρησιμοποιούμε το ίδιο σύμβολο i ενώ αν κάναμε κάτι τέτοιο στην ταχύτητα θα έπρεπε να αλλάξουμε σύμβολο π.χ από u στη μια θέση σε u' στην άλλη.

Τονίζεται για μια ακόμη φορά:

Στα κυκλώματα ο κόσμος των συρμάτων που δουλεύουμε είναι κόσμος μονοδιάστατος και άρα υπάρχει μια μόνο διεύθυνση και δύο φορές. Η μία με (+) και η άλλη με (-).

Όσο στα σύρματα της μιας διάστασης δεν αλλάζουμε διεύθυνση, όσο δηλαδή δεν αλλάζουμε προς τα πού κινούνται τα ηλεκτρόνια (προς τον Α σπλισμό ή προς τον Β, προς τον θετικό πόλο της πηγής ή προς τον αρνητικό κ.λ.π), μπορούμε να παραστήσουμε το διάνυσμα ρεύμα χρησιμοποιώντας το ίδιο σύμβολο i έστω και αν στον τρισδιάστατο κόσμο μας φαίνεται ότι από σημείο σε σημείο του κυκλώματος αλλάζει η διεύθυνση του i και επομένως ότι θα έπρεπε να χρησιμοποιήσουμε άλλο σύμβολο όπως i' .

Επιμέλεια κειμένου: **Θοδωρής Παπασγουρίδης**

parasgou@gmail.com