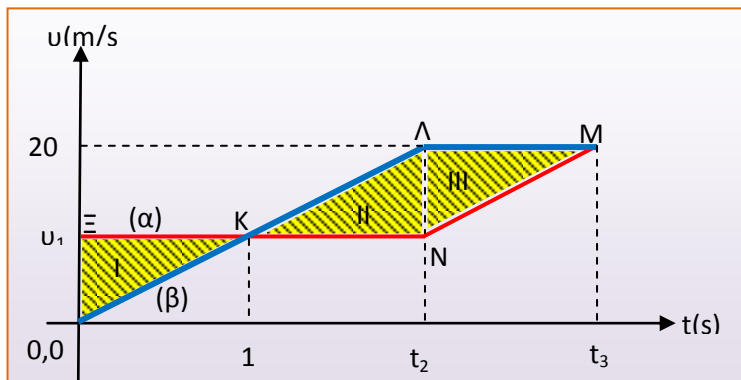


“Κόντρες...”

Στο παρακάτω διάγραμμα δίδονται γραφικές παραστάσεις για δύο



αυτοκίνητα (α-κόκκινη) και (β-μπλε) τα οποία τη χρονική στιγμή $t_0=0$ βρίσκονται στην αρχή ενός ευθύγραμμου δρόμου το ένα δίπλα και κοντά στο άλλο .

Η ευθύγραμμη κίνησή τους στη συνέχεια (παραμένοντας το ένα δίπλα στο άλλο) αποδίδεται μέσω των διαγραμμάτων ταχύτητας-χρόνου, στη δοθείσα παράσταση στην οποία τα γραμμοσκιασμένα ορθογώνια τρίγωνα I,II,II είναι ίσα.

α) περιγράψετε τα είδη των κινήσεων, των αυτοκινήτων από την $t=0$ μέχρι την t_3 .

β) Χωρίς επί μέρους υπολογισμούς να περιγράψετε τη συμβαίνει στη μεταξύ τους απόσταση D ,μετρημένη στη διεύθυνση κίνησης.

γ) Να υπολογίσετε τις τιμές για την u_1 και τις t_2 , t_3 .

δ) Να υπολογίσετε για ποιο χρονικό διάστημα, το αυτοκίνητο (α) προηγείται του (β) και τότε η $D=0$.

ε) Να γίνει γραφική παράσταση της D σε σχέση με το χρόνο από την $t=0$ μέχρι την t_3 .

στ) Να γίνει γραφική παράσταση της Δx σε σχέση με το χρόνο από την $t=0$ μέχρι την t_3 για τα δύο αυτοκίνητα.

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

α) Από την παράσταση που δόθηκε παρατηρούμε ότι,

το αυτοκίνητο (α):

από την $t=0$ μέχρι την $t=t_2$ διατηρεί σταθερή την ταχύτητά του u_1 άρα κινείται ευθύγραμμα (δοθέν) ομαλά.

Από την $t=t_2$ μέχρι την $t=t_3$ η ταχύτητα αυξάνει γραμμικά με σταθερή κλίση, η οποία εκφράζει επιτάχυνση και επομένως η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Το αυτοκίνητο (β):

από την $t=0$ μέχρι την $t=t_2$ έχει ταχύτητα που αυξάνει γραμμικά με σταθερή κλίση, η οποία εκφράζει επιτάχυνση και επομένως η κίνηση είναι ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη.

Από την $t=t_2$ μέχρι την $t=t_3$ διατηρεί σταθερή την ταχύτητά του $u=20 \text{ m/s}$ άρα κινείται ευθύγραμμα (δοθέν) ομαλά.

β) Την $t=0$ το (α) έχει ταχύτητα u_1 ενώ το (β) εκείνη τη στιγμή ξεκινά επιταχυνόμενο.

Όση ώρα $u_a > u_b$ το (α) προηγείται του (β) και η μεταξύ τους απόσταση (μετρημένη στη διεύθυνση κίνησης) αυξάνει. Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι αυτό συμβαίνει από την $t=0$ μέχρι την $t_1=1\text{s}$.

Την $t=1\text{s}$ $u_a = u_b = u_1$

Μετά $u_a < u_b$ επομένως το (β) αρχίζει να πλησιάζει το (α) και η μεταξύ τους απόσταση (μετρημένη στη διεύθυνση κίνησης) μειώνεται. Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι αυτό συμβαίνει από την $t=1\text{s}$ μέχρι την t_2 , και όχι την t_3 (παρόλο που $u_a < u_b$) για τον εξής λόγο.

Από $t=0$ μέχρι $t=t_2$ οι μετατοπίσεις των (α) και (β) είναι ίσες διότι ισούνται αριθμητικά με τα εμβαδά που περικλείονται μεταξύ των παραστάσεων $u-t$ και του άξονα των t τα οποία είναι ίσα καθ'όσον τα εμβαδά $E_I = E_{II}$, αφού τρίγωνο(I)=τρίγωνο(II) και αν μετατοπίσουμε το τρίγωνο II στο I οι επιφάνειες (εμβαδά) των (α) και (β) θα ταυτισθούν.

Από t_2 μέχρι t_3 και επειδή $u_a < u_b$ το (β) θα προηγείται του (α) και η μεταξύ τους απόσταση θα αυξάνει.

γ) Από τη ισότητα των τριγώνων I και II έχουμε :

$$KN = K\Xi \Rightarrow t_2 - 1 = 1 - 0 \Rightarrow t_2 = 2\text{s}$$

$$\Lambda N = \Xi O \Rightarrow 20 - v_1 = v_1 - 0 \Rightarrow 20 = 2v_1 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

Από τη ισότητα των τριγώνων II και III έχουμε:

$$KN = \Lambda M \Rightarrow t_2 - 1 = t_3 - t_2 \Rightarrow t_3 = 2t_2 - 1 \Rightarrow t_3 = 2 \cdot 2 - 1 \Rightarrow t_3 = 3\text{s}$$

δ) Το αυτοκίνητο (α) προηγείται του (β) όση ώρα :

$$\Delta x_a > \Delta x_b \Rightarrow v_1 t > \frac{1}{2} a_\beta t^2 \xrightarrow{t \neq 0} v_1 > \frac{1}{2} a_\beta t \Rightarrow t < \frac{2v_1}{a_\beta} \quad (1)$$

$$\text{Η επιτάχυνση του (β) είναι: } a_\beta = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_1 - 0}{1 - 0} \Rightarrow a_\beta = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Άρα από την (1)} \Rightarrow t < \frac{2 \cdot 10}{10} \Rightarrow t < 2\text{s}$$

$$\text{Άρα το (α) προηγείται του (β) για: } 0 < t < 2\text{s}$$

Θα έχουν μεταξύ τους απόσταση $D=0$ όταν:

$$\Delta\chi_{\alpha} = \Delta\chi_{\beta} \Rightarrow v_1 t = \frac{1}{2} a_{\beta} t^2 \xrightarrow{t \neq 0} v_1 = \frac{1}{2} a_{\beta} t \Rightarrow t = \frac{2v_1}{a_{\beta}} \Rightarrow t = \frac{2 \cdot 10}{10} \Rightarrow t = 2s$$

ε) Θα βρούμε πρώτα τη σχέση $D=f(t)$ για όση ώρα προηγείται το (α), δηλαδή μέχρι την $t=2s$.

$$D_1 = \Delta\chi_{\alpha} - \Delta\chi_{\beta} \Rightarrow D_1 = v_1 t - \frac{1}{2} a_{\beta} t^2 \Rightarrow D_1 = 10t - 5t^2 \text{ για } 0 \leq t \leq 2$$

Θα βρούμε τώρα τη σχέση $D=F(t)$ για όση ώρα προηγείται το (β), δηλαδή από την $t=2s$ μέχρι την $t=3s$

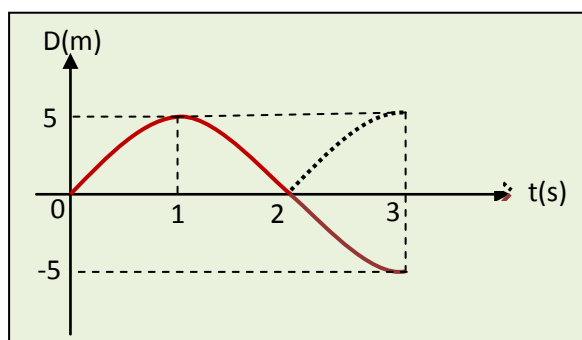
Σ' αυτό το χρονικό διάστημα το (β) κινείται ομαλά με $v=20m/s$, ενώ το (α) κινείται ομαλά επιταχυνόμενο με $\alpha_a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - 0}{t_3 - t_2} \Rightarrow \alpha_a = \frac{20}{3 - 2} \Rightarrow \alpha_a = 10m/s^2$

$$D_2 = \Delta\chi_{\alpha} - \Delta\chi_{\beta} \Rightarrow D_2 = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a_a \Delta t^2 - v_2 (t - t_2) \Rightarrow$$

$$D_2 = 10 \cdot (t - 2) + \frac{1}{2} 10 \cdot (t - 2)^2 - 20(t - 2) \Rightarrow D_2 = 10t - 20 + 5t^2 - 20t + 20 - 20t + 40$$

$$\Rightarrow D_2 = 5t^2 - 30t + 40 \text{ για } 2 \leq t \leq 3s$$

t	D ₁	D ₂	D ₂
0	0	-	
1	5	-	
2	0	0	0
3		-5	5



Η διακεκομμένη γραμμή στην παράσταση δίνει την $D=\Delta\chi_{\beta}-\Delta\chi_{\alpha}$ από την $t=2s$ έως την $t=3s$ όπου $\Delta\chi_{\beta} > \Delta\chi_{\alpha}$ που είναι κατοπτρική της $D_2 = \Delta\chi_{\alpha} - \Delta\chi_{\beta}$.

στ)

Από $t = 0$ έως $t = 2s$

$$\text{Για το } (\alpha): \Delta\chi_{\alpha(0,2)} = v_1 \Delta t = 10 \cdot 2 = 20m$$

$$\text{Για το } (\beta): \Delta\chi_{\beta(0,2)} = \frac{1}{2} a_{\beta} \Delta t^2 = \frac{1}{2} 10 \cdot 2^2 = 20m$$

Από $t = 2$ έως $t = 3s$

$$\text{Για το } (\alpha): \Delta\chi_{\alpha(2,3)} = v_1 \Delta t + \frac{1}{2} a_a \Delta t^2 = 10 \cdot 1 + \frac{1}{2} 10 \cdot 1^2 = 15m$$

$$\text{Για το } (\beta): \Delta\chi_{\beta(2,3)} = v_2 \Delta t = 20 \cdot 1^2 = 20m$$

Τελικά

από $t = 0$ έως $t = 3s$,

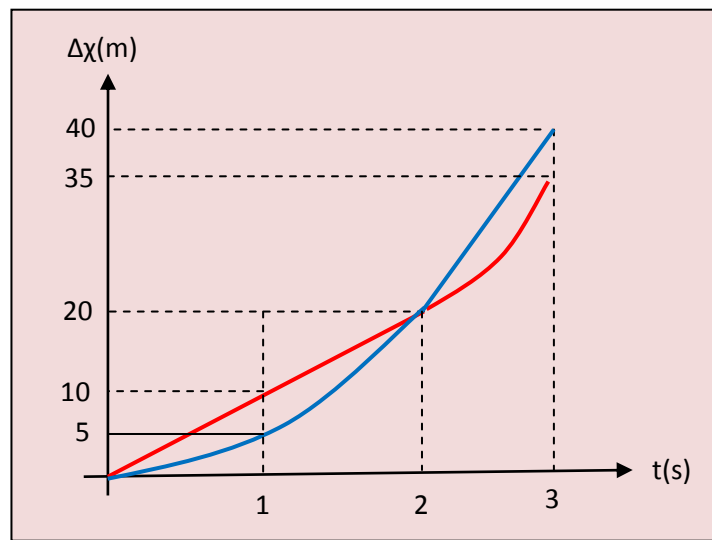
για το (α) :

$$\Delta x_{\alpha(0,3)} = 20 + 15 = 35m$$

για το (β) :

$$\Delta x_{\beta(0,3)} = 20 + 20 = 40m$$

Έτσι η γραφική παράσταση των $\Delta x = f(t)$ είναι:



Παντελεήμων Παπαδάκης

19/11/2015