

Παίζοντας με τη μηχανή ενός αεροπλάνου

- (α) Υπολογίστε τη ροπή που αναπτύσσεται από έναν κινητήρα αεροπλάνου όταν αυτός αποδίδει στην έξοδο του ισχύ $P_T = 2000\text{hp}$ ($1\text{hp} = 746\text{w}$) στις $2400\text{rpm} = 2400\text{c/min}$.

(β) Εάν ένας δίσκος, διαμέτρου $2R = 0,5\text{m}$, στερεωθεί στον άξονα του κινητήρα και η παραπάνω ισχύς εξόδου του κινητήρα στις ίδιες στροφές ανά λεπτό χρησιμοποιηθεί να ανυψώσει ένα βάρος κρεμασμένο από ένα ισχυρό κορδόνι που είναι τυλιγμένο γύρω από το δίσκο, πόσο βάρος μπορεί να ανυψώσει;

(γ) με τι ταχύτητα αυτό θα ανυψώνεται;

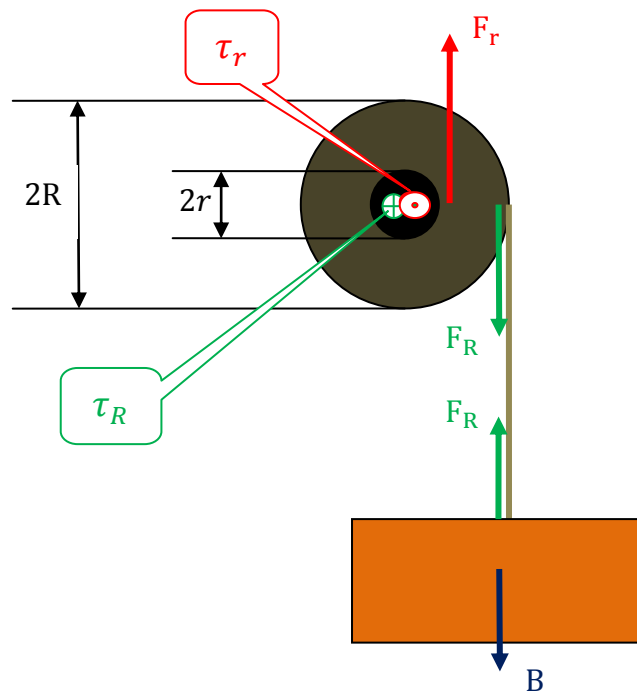
Απάντηση:

(α)

$$P_T = \tau_r \omega \Rightarrow$$

$$\tau_r = \frac{P}{\omega}$$

$$\tau_r = \frac{2000 \times 746}{2\pi \frac{2400}{60}} \text{N.m} = \frac{18650}{\pi} \text{N.m}$$



(β)

Η ισχύς που ο κινητήρας αποδίδει με έξοδο τον άξονα είναι $P_T = \tau_r \omega$ ενώ αυτή που αποδίδει με έξοδο το δίσκο είναι $P_R = \tau_R \omega$.

Ο θεμελιώδης νόμος της μηχανικής για τη στροφική κίνηση του δίσκου γράφεται

$$\tau_r - \tau_R = I_{\text{δίσκου}} \alpha_\gamma.$$

Επειδή η γωνιακή ταχύτητα του κινητήρα παραμένει σταθερή η γωνιακή του επιτάχυνση θα είναι μηδέν και η τελευταία σχέση δίνει

$$\tau_R = \tau_r$$

Συνεπώς

$$P_R = P_T$$

Δηλαδή ο δίσκος δε μειώνει την ισχύ που δίνει στην έξοδο ο κινητήρας (πρακτικά αυτό συμβαίνει ακόμα και αν $\alpha_\gamma \neq 0$ επειδή η μάζα του δίσκου είναι αμελητέα σε σχέση με τα «φορτία» που ο κινητήρας θα δεχτεί).

Έχουμε

$$F_R = \frac{\tau_R}{R} = \frac{18650}{\pi \cdot 0,25} = \frac{74600}{\pi} \text{ N}$$

και επειδή το βάρος ανυψώνεται με σταθερή ταχύτητα (μηδενική επιτάχυνση)

$F_R - B = 0$ (υποθέτουμε ότι το κορδόνι συγκρινόμενο με το βάρος μπορεί να θεωρηθεί αβαρές) δηλαδή

$$B = F_R = \frac{74600}{\pi} \text{ N} \cong 23758 \text{ N}$$

(γ) Η ταχύτητα με την οποία το βάρος ανυψώνεται θα έχει μέτρο ίσο με αυτό της γραμμικής ταχύτητας που έχει ένα οποιοδήποτε σημείο της περιφέρειας του δίσκου, δηλαδή

$$v = \omega \cdot R = 2\pi \times 40 \times 0,25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 20\pi \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 226 \frac{\text{Km}}{\text{h}}$$

Παρατηρήσεις:

- Δεδομένου ότι το βάρος του ανυψούμενου σώματος βρέθηκε 23758N η υπόθεση ότι το κορδόνι μπορεί να θεωρηθεί αβαρές είναι μάλλον εύλογη.
- Το παραπάνω πρόβλημα δείχνει την δυνατότητα που έχει ο κινητήρας να ανυψώνει το συγκεκριμένο βάρος από τη στιγμή που αυτό θα αποκτήσει τη σταθερή ταχύτητα που υπολογίσαμε