

ΘΕΜΑ 3ο

Αντιστάτης με ωμική αντίσταση R και πυκνωτής με χωρητικότητα C συνδέονται σε σειρά και το σύστημα τροφοδοτείται με εναλλασσόμενη τάση, η οποία έχει εξίσωση $V = 400\sqrt{2}\eta\mu 200t$ (S.I.). Η ένταση του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα δίνεται από την εξίσωση $I = 2\eta\mu(200t + \frac{\pi}{4})$ (S.I.).

- A.** Να υπολογίσετε την εμπέδηση του κυκλώματος και τη διαφορά φάσης μεταξύ της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα του κυκλώματος και της έντασης του ρεύματος που διαρρέει το κύκλωμα.

(Μονάδες 6)

- B.** Να προσδιορίσετε τις τιμές της ωμικής αντίστασης R του αντιστάτη και της χωρητικότητας C του πυκνωτή.

(Μονάδες 6)

- Γ.** Ανάμεσα στον αντιστάτη και τον πυκνωτή συνδέεται ιδανικό πηνίο.

- Γ1.** Να υπολογίσετε το συντελεστή αυτεπαγωγής του πηνίου, ώστε ο συντελεστής ισχύος του κυκλώματος να γίνει ίσος με τη μονάδα.

(Μονάδες 6)

- Γ2.** Να υπολογίσετε την ενεργό τιμή της τάσης στα άκρα του συστήματος πηνίο–πυκνωτής.

(Μονάδες 7)

ΘΕΜΑ 4ο

Μικρή μεταλλική σφαίρα μάζας $m = 0,1\text{ kg}$ φέρει ηλεκτρικό φορτίο $q = 10^{-3}\text{ C}$. Η σφαίρα είναι δεμένη με μονωτικό σύνδεσμο στο ελεύθερο άκρο ενός οριζόντιου ελατηρίου σταθεράς $k = 10^3 \frac{\text{N}}{\text{m}}$, του οποίου το άλλο άκρο είναι ακλόνητα στερεωμένο. Το σύστημα βρίσκεται μέσα σε οριζόντιο ομογενές ηλεκτρικό πεδίο έντασης μέτρου $E = 2 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$, του οποίου οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες προς τον άξονα του ελατηρίου. Η σφαίρα ισορροπεί πάνω σε λείο οριζόντιο επίπεδο από μονωτικό υλικό και το ελατή-

ριο είναι επιμηκυνμένο. Εκτρέπουμε τη σφαίρα από τη θέση ισορροπίας της κατά τη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου κατά $x_0 = 0,1\text{ m}$ και την αφήνουμε ελεύθερη να κινηθεί.

α. Να αποδείξετε ότι η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση.

(Μονάδες 7)

β. Να υπολογίσετε την περίοδο της ταλάντωσης.

(Μονάδες 5)

γ. Να γράψετε την εξίσωση του μέτρου της δύναμης του ελατηρίου σε συνάρτηση με το χρόνο, αν ως αρχή των χρόνων ($t = 0$) θεωρήσουμε τη χρονική στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά.

(Μονάδες 7)

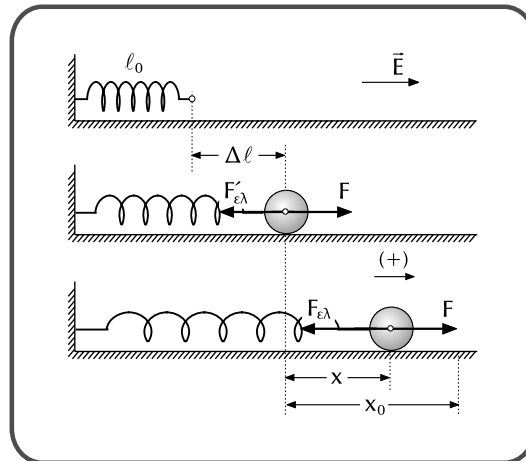
δ. Αν τη στιγμή που η σφαίρα διέρχεται από τη θέση ισορροπίας της και κινείται κατά τη θετική φορά καταργηθεί ακαριαία το ηλεκτρικό πεδίο, ποιο θα είναι το πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας.

(Μονάδες 6)

ΛΥΣΗ

ΘΕΜΑ 4ο

α.



Η σφαίρα αρχικά ισορροπεί με την επίδραση της δύναμης του ελατηρίου $F'_{ελ} = K\Delta\ell$ και της δύναμης από το ηλεκτρικό πεδίο $F = Eq$. Ισχύει:

$$\Sigma F = 0 \quad \text{ή} \quad K\Delta\ell = Eq \quad (1)$$

Θεωρούμε τη φορά προς την οποία έγινε η εκτροπή της σφαίρας ως θετική. Όταν η σφαίρα βρίσκεται σε μια τυχαία απομάκρυνση x , η δύναμη που δέχεται στη διεύθυνση του άξονα του ελατηρίου είναι:

$$\Sigma F = -F_{ελ} + F \quad \text{ή} \quad \Sigma F = -K(\Delta\ell + x) + Eq \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \Sigma F = -K\Delta\ell - Kx + Eq \quad \text{ή, λόγω της (1),} \quad \Sigma F = -Kx$$

Επειδή $K = \text{σταθερό}$, η τελευταία σχέση δηλώνει ότι η δύναμη επαναφοράς ΣF που ασκείται στη σφαίρα είναι ανάλογη προς την απομάκρυνση x και έχει φορά τέτοια, ώστε να τείνει να φέρει το σώμα σε θέση ισορροπίας. Επομένως, η σφαίρα θα εκτελέσει απλή αρμονική ταλάντωση με $D = K$.

β. Η περίοδος της ταλάντωσης της σφαίρας είναι:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{D}} \quad \text{ή, για } D = K, \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{K}} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{\frac{10^{-1}Kg}{10^3 \frac{N}{m}}} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad T = 2\pi\sqrt{10^{-4}s} \quad \text{ή} \quad T = 2\pi 10^{-2}s \quad \text{ή} \quad \mathbf{T = \frac{\pi}{50}s}$$

γ. Για μια τυχαία απομάκρυνση x ($x > 0$) της σφαίρας ισχύει:

$$\Sigma F = -Kx \quad \text{ή} \quad -F_{ελ} + Eq = -Kx_0 \eta \mu \omega t \quad \text{ή} \quad F_{ελ} = Eq + Kx_0 \eta \mu \omega t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad F_{ελ} = 2 \cdot 10^5 \frac{N}{m} \cdot 10^{-3} C + 10^3 \frac{N}{m} \cdot 0,1 m \cdot \eta \mu 100t \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad \mathbf{F_{ελ} = 200 + 100\eta \mu 100t \text{ (S.I.)}}$$

δ. Έστω x'_0 το νέο πλάτος της ταλάντωσης της σφαίρας. Η ενέργεια του συστήματος τη στιγμή που καταργείται το ηλεκτρικό πεδίο είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} m u_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad (1)$$

Επειδή είναι $\frac{1}{2} m u_0^2 = \frac{1}{2} K x_0^2$, η σχέση (1) γράφεται:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} K x_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad (2)$$

Η ενέργεια του συστήματος, όταν το σώμα φθάνει στη μέγιστη θετική απομάκρυνσή του x'_0 , είναι:

$$E_{ολ} = \frac{1}{2} K x_0'^2 \quad (3)$$

Από τις σχέσεις (2) και (3) παίρνουμε:

$$\frac{1}{2} K x_0'^2 = \frac{1}{2} K x_0^2 + \frac{1}{2} K \Delta \ell^2 \quad \text{ή} \quad x_0 = \sqrt{x_0^2 + \Delta \ell^2} \quad \text{ή}$$

$$\text{ή} \quad x_0 = \sqrt{(10^{-1} m)^2 + (2 \cdot 10^{-1} m)^2} \quad \text{ή} \quad \mathbf{x_0 = \sqrt{5} \cdot 10^{-1} m}$$