

ΔΙΑΘΛΑΣΗ ΤΟΥ ΦΩΤΟΣ

ΑΠΟ ΤΗ ΑΡΧΗ FERMAT ΤΟΥ ΣΤΟ ΝΟΜΟ ΤΟΥ SNELL

Ο **Pierre de Fermat** (1601-1665) ανέπτυξε μια πολύ γενική αρχή με την οποία μπορούμε να υπολογίσουμε την τροχιά που ακολουθεί το φως (μια φωτεινή ακτίνα) όταν διαδίδεται από ένα σημείο σ' ένα άλλο. Σύμφωνα λοιπόν με την αρχή του Fermat : *όταν μια φωτεινή ακτίνα ταξιδεύει μεταξύ δύο οιονδήποτε σημείων η τροχιά που ακολουθεί είναι αυτή που απαιτεί το μικρότερο δυνατό χρόνο*. Μια προφανής διαπίστωση της παραπάνω πρότασης είναι το γεγονός ότι όταν η φωτεινή ακτίνα διαδίδεται μέσα σ' ένα ομογενές μέσο , κινείται ευθύγραμμα μιας και η ευθεία είναι η συντομότερη σύνδεση μεταξύ δύο σημείων (και σαν απόσταση και σαν απαιτούμενος χρόνος ταξιδιού).

Τι συμβαίνει όμως όταν το φως διαδίδεται από ένα σημείο A που βρίσκεται στο οπτικό μέσο 1, σ' ένα άλλο σημείο B που βρίσκεται στο οπτικό μέσο 2; Το φως κινείται με διαφορετική ταχύτητα στα δύο μέσα. Τώρα το ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει τα A και B (δηλαδή το AB) αποτελεί τον μικρότερο δυνατό δρόμο όχι όμως και τον συντομότερο. Υπάρχει κάποια άλλη διαδρομή, τεθλασμένη, με το μεγαλύτερο κομμάτι της στο μέσο που το φως έχει μεγαλύτερη ταχύτητα, η οποία αποτελεί το συντομότερο δρόμο. Το φως λοιπόν «κάμπτεται» στην προσπάθειά του να φθάσει όσο το δυνατόν γρηγορότερα από το A στο B. Λέμε τότε ότι η φωτεινή ακτίνα παθαίνει «διάθλαση».

Ας δούμε λοιπόν τώρα πως με τη βοήθεια της αρχής του Fermat μπορούμε να φθάσουμε στη γνωστή μας σχέση για τη διάθλαση (νόμος του **Snell**).

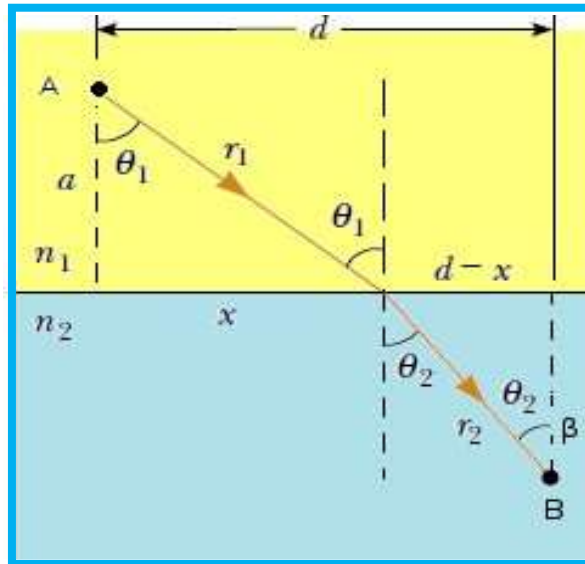
Έστω ότι η φωτεινή ακτίνα ξεκινάει από το σημείο A που βρίσκεται στο οπτικό μέσο 1, την χρονική στιγμή $t_0 = 0$, και καταλήγει στο σημείο B , στο οπτικό μέσο 2 μετά από χρόνο t . Έστω u_1 η ταχύτητα του φωτός στο οπτικό μέσο 1 και u_2 , η αντίστοιχη ταχύτητα στο μέσο 2. Αν $\mathbf{n}_1$ και $\mathbf{n}_2$ είναι οι δείκτες διάθλασης του φωτός στα δύο οπτικά μέσα, τότε κατά τα γνωστά:

$$u_1 = \frac{c}{n_1}$$

και

$$u_2 = \frac{c}{n_2}$$

(Όπου $c = 3 \cdot 10^8$ m/s η ταχύτητα του φωτός στο κενό)



Είναι λοιπόν:

$$t = t_1 + t_2 = \frac{r_1}{u_1} + \frac{r_2}{u_2}$$

ή

$$t = \frac{\sqrt{a^2 + x^2}}{\frac{c}{n_1}} + \frac{\sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}}{\frac{c}{n_2}}$$

Παραγωγίζοντας ως προς x έχουμε:

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c} \frac{d}{dx} \sqrt{a^2 + x^2} + \frac{n_2}{c} \frac{d}{dx} \sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}$$

ή

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c} \left(\frac{1}{2}\right) (a^2 + x^2)^{-\frac{1}{2}} + \frac{n_2}{c} \left(\frac{1}{2}\right) [\beta^2 + (d-x)^2]^{-\frac{1}{2}} 2(d-x)(-1)$$

ή

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1}{c} \left(\frac{1}{2}\right) \frac{2x}{\sqrt{a^2 + x^2}} + \frac{n_2}{c} \left(\frac{1}{2}\right) \frac{2(d-x)(-1)}{\sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}}$$

ή

$$\frac{dt}{dx} = \frac{n_1 x}{c \sqrt{a^2 + x^2}} - \frac{n_2 (d-x)}{c \sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}}$$

(1)

Θέτουμε :

$$\frac{dt}{dx} = 0$$

Οπότε η (1) μας δίνει:

$$\frac{n_1 x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \frac{n_2 (d-x)}{\sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}}$$

(2)

Όμως :

$$\frac{x}{\sqrt{a^2 + x^2}} = \sin \theta_1$$

και

$$\frac{(d-x)}{\sqrt{\beta^2 + (d-x)^2}} = \sin \theta_2$$

Επομένως έχουμε:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

Δηλαδή το γνωστό μας νόμο του **Snell**.

Πως όμως «γνωρίζει» το φως ποια είναι η συντομότερη διαδρομή και την ακολουθεί; Όταν γνωρίζουμε (εμείς) το αρχικό και το τελικό σημείο της τροχιάς, μπορούμε να υπολογίσουμε και να βρούμε τη διαδρομή που επαληθεύει την αρχή του Fermat. Όταν όμως το φως ξεκινάει από κάποιο σημείο Α (ας πούμε στον αέρα) κινούμενο προς κάποιο σημείο Β (ας πούμε στο νερό) πως γνωρίζει ποια είναι η συντομότερη διαδρομή και την ακολουθεί;

Η απάντηση είναι ότι δεν την γνωρίζει! Σύμφωνα με την Q.E.D (Κβαντική Ηλεκτροδυναμική, [Richard Feynman](#), [Julian Schwinger](#), [Sin-Itiro Tomonaga](#) και [Freeman Dyson](#)) το φως ακολουθεί ΟΙΑΔΗΠΟΤΕ δυνατή τροχιά ανάμεσα στο αρχικό και στο τελικό σημείο διάδοσής του. Σε κάθε τέτοια «εναλλακτική» διαδρομή αποδίδεται ένα (μικροσκοπικό) «πλάτος πιθανότητας» (ώστε το γινόμενο του επί τον συζυγή να μας δίνει την πιθανότητα) και η τροχιά που τελικά εμείς παρακολουθούμε προκύπτει από την «άθροιση» των πλατών όλων των

δυνατών τροχιών. (Οπότε προκύπτει το τελικό πλάτος πιθανότητας). Και αυτή η τελική τροχιά είναι αυτή ακριβώς που προβλέπει η αρχή του Fermat.

Βιβλιογραφία

1. Q.E.D. , Richard Feynman, Ελληνική μετάφραση Θαν. Τσουκαλαδάκης, εκδόσεις τροχαλία, Αθήνα 1987.
2. Physics for Scientists and Engineers, Third Edition, Raymond A. Serway, Saunders Golden Sunburst Series, 1992.
3. Diagrammatica, Martinus Veltman, Cambridge University Press, 1995

ΦΙΟΡΕΝΤΙΝΟΣ ΓΙΑΝΝΗΣ