

Ευθύγραμμες Κινήσεις

«Μπορούμε να παρομοιάσουμε τις έννοιες που δεν έχουν καμιά θεμελίωση στη φύση, με τα δάση εκείνα του Βορρά όπου τα δένδρα δεν έχουν καθόλου ρίζες. Αρκεί ένα φύσημα του αγέρα, ένα ασήμαντο γεγονός για να σωριάσει ολόκληρο δάσος δένδρων και ιδεών...»

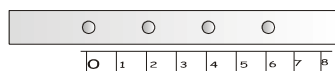
Ντ. Ντιντερό

Η ΚΙΝΗΣΗ

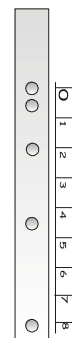
Κίνηση είναι το φαινόμενο κατά το οποίο μεταβάλλεται η θέση ενός σώματος σε σχέση με ένα άλλο που το θεωρούμε ακίνητο. Έτσι, η κίνηση είναι σχετική έννοια και ένα σώμα μπορεί ταυτόχρονα να κινείται ή να είναι ακίνητο, ανάλογα με το σύστημα αναφοράς. Για παράδειγμα μια βολίδα σε ένα κινούμενο τρένο είναι ακίνητη ως προς το τρένο αλλά κινείται ως προς το έδαφος.

Η κίνηση χαρακτηρίζει κάθε μορφή και κατάσταση της ύλης- δεν υπάρχει τίποτα πραγματικά ακίνητο.

Για να μελετήσουμε μια κίνηση χρησιμοποιούμε μια μέθοδο που ονομάζεται «χρονοφωτογραφία»: Βάζουμε δίπλα στο κινητό μια μετροταινία και ρυθμίζουμε μια φωτογραφική μηχανή ώστε να παίρνει φωτογραφίες του κινητού ανά ίσα χρονικά διαστήματα (π.χ. ανά 0,1 s). Έπειτα, ξεδιπλώνοντας το φιλμ βλέπουμε τη θέση που βρισκόταν κάθε χρονική στιγμή. Για παράδειγμα, για ένα κινητό που εκτελεί ευθύγραμμη ομαλή κίνηση (ΕΟΚ) και για ένα κινητό που εκτελεί ελεύθερη πτώση, παίρνουμε τις φωτογραφίες που φαίνονται στα σχήματα. Θα δούμε παρακάτω πώς μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτές τις φωτογραφίες.



Χρονοφωτογραφίες ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμη ομαλά



Χρονοφωτογραφίες ενός σώματος που εκτελεί ελεύθερη πτώση

ΣΩΜΑΤΙΟ Ή ΥΛΙΚΟ ΣΗΜΕΙΟ Ή ΣΗΜΕΙΑΚΟ ΑΝΤΙΚΕΙΜΕΝΟ

Υλικό σημείο ή σωματίο λέγεται ένα σώμα που οι διαστάσεις του είναι αμελητέες σε σχέση με την τροχιά του. Το υλικό σημείο έχει όλες τις ιδιότητες της ύλης (μάζα, ταχύτητα κλπ) εκτός από όγκο.

Μπορούμε να θεωρήσουμε ένα σώμα ως υλικό σημείο:

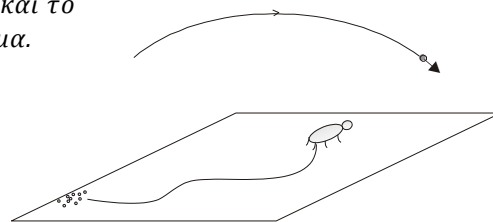
- όταν το σώμα εκτελεί μόνο μεταφορική κίνηση, διατηρεί δηλαδή σταθερό τον προσανατολισμό του στο χώρο (όπως μια ράβδος που κινείται μένοντας πάντα οριζόντια) ή
- όταν η τροχιά του είναι πολύ μεγαλύτερη από τις διαστάσεις του (ένα καράβι που κάνει τη διαδρομή Πειραιάς – Θεσσαλονίκη μπορεί να θεωρηθεί υλικό σημείο, ενώ ένα καράβι που κάνει μανούβρες στο λιμάνι, όχι.)

Η ΤΡΟΧΙΑ

Καθώς γράφουμε με ένα μολύβι, δημιουργείται στο χαρτί μια γραμμή που μας δίνει μια πρώτη εικόνα της κίνησης που έκανε η μύτη του. Αυτή η γραμμή είναι η τροχιά της και το μήκος που βρίσκουμε αν τη μετρήσουμε θα δούμε ότι λέγεται διάστημα.

Τροχιά είναι το σύνολο των διαδοχικών θέσεων από τις οποίες διέρχεται ένα σώμα ή καλύτερα «τροχιά λέγεται η συνεχής γραμμή που προκύπτει, αν ενώσουμε τις διαδοχικές θέσεις από τις οποίες διέρχεται ένα σώμα».

Η τροχιά διακρίνεται σε *ευθύγραμμη* ή *καμπυλόγραμμη* (ένα είδος καμπυλόγραμμης είναι και η κυκλική) και εξαρτάται από το *σύστημα αναφοράς* (η τροχιά μιας βόμβας που αφήνεται στο κενό από αεροπλάνο είναι παραβολή ως προς τη Γη και ευθύγραμμη ως προς το αεροπλάνο)



Μπορούμε να δούμε την τροχιά που διαγράφει ένα μυρμήγκι, αν το αναγκάσουμε να περάσει πρώτα από μια περιοχή όπου υπάρχει αλεύρι.

Η ΜΕΤΑΒΟΛΗ ΕΝΟΣ ΜΕΓΕΘΟΥΣ

Μεταβολή ενός μεγέθους A ονομάζεται η διαφορά της αρχικής από την τελική του τιμή:

$$\Delta A = A_{\text{τελ}} - A_{\text{αρχ}}$$

Το πρόσημο της μεταβολής ενός μονόμετρου μεγέθους εξαρτάται από το αν το μέγεθος αυξήθηκε, μειώθηκε ή είναι σταθερό. Έτσι:

➤ αν το μέγεθος αυξάνεται η μεταβολή του είναι θετική

$$A \uparrow \Rightarrow A_{\text{τελ}} > A_{\text{αρχ}} \Rightarrow A_{\text{τελ}} - A_{\text{αρχ}} > 0 \Rightarrow \Delta A > 0$$

➤ αν το μέγεθος μειώνεται η μεταβολή του είναι αρνητική

$$A \downarrow \Rightarrow A_{\text{τελ}} < A_{\text{αρχ}} \Rightarrow A_{\text{τελ}} - A_{\text{αρχ}} < 0 \Rightarrow \Delta A < 0$$

➤ αν το μέγεθος είναι σταθερό η μεταβολή του είναι μηδέν

$$A = \text{σταθ} \Rightarrow A_{\text{τελ}} = A_{\text{αρχ}} \Rightarrow A_{\text{τελ}} - A_{\text{αρχ}} = 0 \Rightarrow \Delta A = 0$$

Παρατήρηση: Η μεταβολή ενός μονόμετρου μεγέθους είναι μονόμετρο μέγεθος, ενώ η μεταβολή ενός διανυσματικού μεγέθους είναι διανυσματικό μέγεθος.

Μαθηματικό ένθετο

Διανυσματικά λέγονται τα μεγέθη που για να καθοριστούν πλήρως, εκτός από την αριθμητική τιμή και τη μονάδα μέτρησης, χρειάζεται να γνωρίζουμε και την κατεύθυνσή τους (τη διεύθυνση και τη φορά τους). Τέτοια μεγέθη είναι η μετατόπιση, η ταχύτητα, η επιτάχυνση, η δύναμη κλπ. Αυτά τα μεγέθη δεν συμπεριφέρονται όπως οι αριθμοί, αλλά υπακούουν στους νόμους των διανυσμάτων (όπου θα δούμε ότι $1+1$ δεν ισούται κατ' ανάγκη με 2). Πρέπει λοιπόν να γνωρίζουμε λίγα πράγματα για τα διανύσματα.

Τι είναι διάνυσμα;

Διάνυσμα \overrightarrow{AB} ονομάζεται ένα προσανατολισμένο ευθύγραμμο τμήμα, δηλαδή ένα ευθύγραμμο τμήμα στο οποίο έχουμε ορίσει αρχή το A και πέρας το B .



Πώς παριστάνεται ένα διάνυσμα;

Ένα διάνυσμα \overrightarrow{AB} παριστάνεται με ένα βέλος που αρχίζει στο A και τελειώνει στο B .

Πώς συμβολίζεται ένα διάνυσμα;

Ένα διάνυσμα συμβολίζεται με δύο γράμματα που δείχνουν την αρχή του και το πέρας του και ένα βέλος ή με ένα γράμμα και ένα βέλος: \overrightarrow{AB} ή $\overrightarrow{\Gamma\Delta}$ ή $\vec{\alpha}$ ή $\vec{\beta}$ κλπ

Ποια χαρακτηριστικά έχει ένα διάνυσμα;

Τα χαρακτηριστικά ενός διανύσματος είναι το μέτρο, η διεύθυνση, η φορά και η αλγεβρική τιμή του.

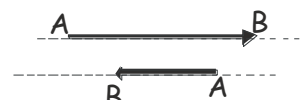
Μέτρο $|\overrightarrow{AB}|$ ενός διανύσματος \overrightarrow{AB} ονομάζεται το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος AB .

Ως μήκος, το μέτρο ενός διανύσματος είναι πάντα μη αρνητικός αριθμός.

Διεύθυνση ενός διανύσματος ονομάζεται η ευθεία πάνω στην οποία βρίσκεται και κάθε ευθεία παράλληλη προς αυτή.



Τα διανύσματα \overrightarrow{AB} και \overrightarrow{BA} έχουν την ίδια διεύθυνση και την ίδια φορά



Τα διανύσματα \overrightarrow{AB} και \overrightarrow{BA} έχουν την ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά

Φορά ενός διανύσματος είναι «το προς τα πού δείχνει» δηλαδή από την αρχή προς το πέρας του.

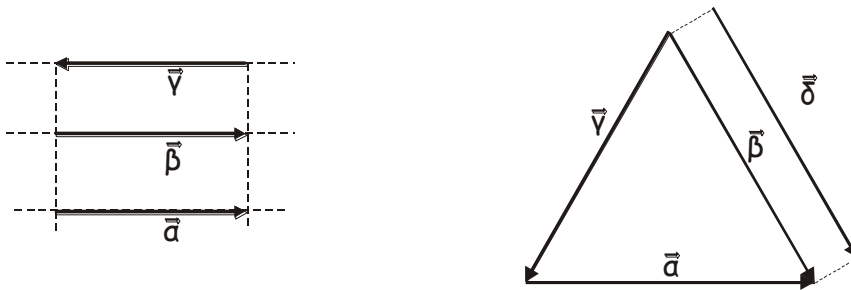
Παρατήρηση: Μερικές φορές τα χαρακτηριστικά διεύθυνση + φορά μαζί τα αποκαλούμε **κατεύθυνση**.

Όταν ένα διάνυσμα είναι παράλληλο σε κάποιον άξονα, έχει καθορισμένη διεύθυνση (ίδια με του άξονα). Έτσι, ορίζουμε ένα χαρακτηριστικό που το λέμε αλγεβρική τιμή και μας πληροφορεί και για το μέτρο και για τη φορά του διανύσματος.

Αλγεβρική τιμή διανύσματος παράλληλου σε άξονα είναι το προσημασμένο μέτρο του, δηλαδή το μέτρο του με πρόσημο «+» αν το διάνυσμα είναι ομόρροπο του άξονα ή με το πρόσημο «-» αν το διάνυσμα είναι αντίρροπο του άξονα.

Έτσι, όταν η αλγεβρική τιμή της ταχύτητας είναι $v = -5 \text{ m/s}$, σημαίνει ότι το διάνυσμα της ταχύτητας έχει μέτρο 5 m/s και φορά αντίθετη του άξονα που έχουμε ορίσει.

Ίσα λέγονται δύο διανύσματα, αν ταυτίζονται ΟΛΑ τα χαρακτηριστικά τους, δηλαδή αν έχουν ίσα μέτρα και ίδια κατεύθυνση. Έτσι, δύο διανύσματα με ίσα μέτρα δεν είναι κατ' ανάγκη ίσα, πρέπει να έχουν και την ίδια κατεύθυνση.



Τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\beta}$ είναι ίσα: $\vec{a} = \vec{\beta}$
 Τα διανύσματα \vec{a} και $\vec{\gamma}$ δεν είναι ίσα,
 είναι αντίθετα: $\vec{a} = -\vec{\gamma}$

Οι πλευρές του τριγώνου είναι ίσες.
 Τα διανύσματα \vec{a} , $\vec{\beta}$, $\vec{\gamma}$, όμως ΔΕΝ είναι ίσα.
 Ίσα είναι μόνο το $\vec{\beta}$ με το $\vec{\delta}$: $\vec{\beta} = \vec{\delta}$

Ομόρροπα λέγονται δύο διανύσματα που έχουν την ίδια κατεύθυνση (ίδια διεύθυνση και ίδια φορά)

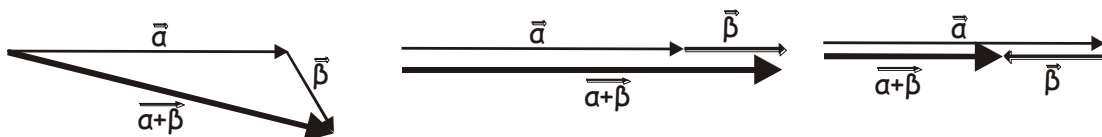
Αντίρροπα λέγονται δύο διανύσματα που έχουν αντίθετες κατευθύνσεις (ίδια διεύθυνση και αντίθετη φορά)

Αντίθετα λέγονται δύο διανύσματα που έχουν ίσα μέτρα και αντίθετες κατευθύνσεις

Συνευθειακά λέγονται δύο διανύσματα που βρίσκονται πάνω στην ίδια ευθεία.

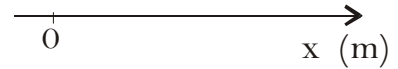
Πρόσθεση διανυσμάτων: Τα διανύσματα δεν προστίθενται όπως οι αριθμοί. Υπάρχουν τρεις τρόποι για να τα προσθέσουμε, που θα τους δούμε αναλυτικά μελετώντας τις δυνάμεις. Προς το παρόν, αρκεί ο ένας από αυτούς:

Για να προσθέσουμε δύο διανύσματα τα μεταφέρουμε παράλληλα προς τον εαυτό τους ώστε να γίνουν διαδοχικά (το τέλος του ενός να είναι η αρχή του άλλου). Το άθροισμά τους θα είναι ένα διάνυσμα με αρχή την αρχή του πρώτου και πέρας το πέρας του τελευταίου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



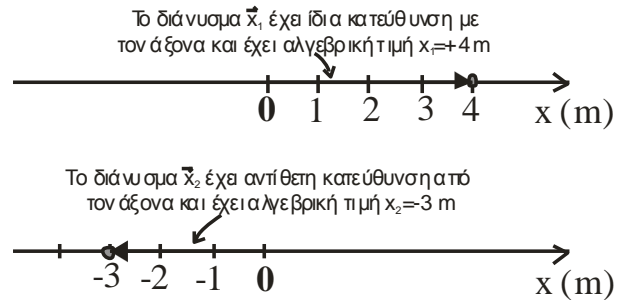
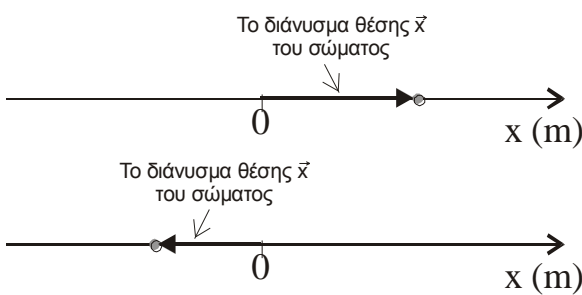
Η ΘΕΣΗ

Για να καθορίσουμε τη θέση ενός υλικού σημείου που κινείται πάνω σε ορισμένη ευθεία, μετατρέπουμε την ευθεία σε άξονα (ορίζοντας αυθαίρετα αρχή, θετική φορά και μονάδα μέτρησης) και έπειτα καθορίζουμε τη θέση με ένα διανυσματικό μέγεθος \vec{x} ή με ένα μονόμετρο μέγεθος x .

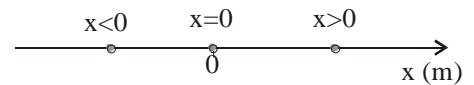


Το διανυσματικό μέγεθος \vec{x} λέγεται διάνυσμα θέσης και έχει πάντα αρχή την αρχή του άξονα και τέλος το κινητό.

Το μονόμετρο μέγεθος x είναι η αλγεβρική τιμή του διανύσματος θέσης (το μέτρο του με ένα πρόσημο¹) ή πιο απλά η συντεταγμένη του κινητού στον άξονα.



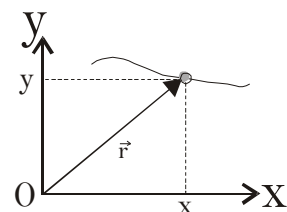
Η αλγεβρική τιμή της θέσης του κινητού είναι θετική ($x > 0$) όταν το κινητό βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα, αρνητική ($x < 0$) όταν το κινητό βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα και μηδέν ($x = 0$) αν το κινητό βρίσκεται στην αρχή του άξονα.



$x = 0 \Leftrightarrow$ το σώμα βρίσκεται στην αρχή του άξονα
 $x > 0 \Leftrightarrow$ το σώμα βρίσκεται στο θετικό ημιάξονα
 $x < 0 \Leftrightarrow$ το σώμα βρίσκεται στον αρνητικό ημιάξονα

Για απλότητα μπορούμε να λέμε ότι η θέση ενός σώματος που κινείται ευθύγραμμα, καθορίζεται από τη συντεταγμένη του σε έναν άξονα.

Η θέση ενός σώματος που κινείται σε ένα επίπεδο καθορίζεται με το διάνυσμα θέσης ή με ένα ζευγάρι αριθμών (x, y) που είναι οι συντεταγμένες του κινητού.



Το διάνυσμα θέσης \vec{r} του σώματος καθορίζεται από το ζευγάρι (x, y) που είναι και οι συντεταγμένες του σώματος

¹ Αλγεβρική τιμή διανύσματος που είναι παράλληλο σε άξονα, είναι «το προσημασμένο μέτρο του», δηλαδή:
 ➤ το μέτρο του με πρόσημο «+», αν το διάνυσμα είναι ομόρροπο του άξονα
 ➤ το μέτρο του με πρόσημο «-», αν το διάνυσμα είναι αντίρροπο του άξονα.

Η ΧΡΟΝΙΚΗ ΣΤΙΓΜΗ t και ΤΟ ΧΡΟΝΙΚΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ Δt

Για να μετρήσουμε το χρόνο χρησιμοποιούμε ρολόι ή χρονομέτρο που καταγράφει τη ροή του χρόνου με βάση την ανθρώπινη εμπειρία.

Μια ένδειξη του χρονομέτρου αποτελεί μια «**χρονική στιγμή**» t και δεν έχει διάρκεια (όπως ένα σημείο δεν έχει μήκος).

Χρονικό διάστημα Δt είναι η διαφορά μεταξύ δύο διαφορετικών ενδείξεων του χρονομέτρου: $\Delta t = t_2 - t_1$. Το χρονικό διάστημα είναι πάντα θετικό και στο SI μετριέται σε second (s).

Τη στιγμή που αρχίζουμε την παρατήρηση μιας κίνησης συμφωνούμε να την λέμε t_0 . Έτσι, αργότερα που το χρονομέτρο μας δείχνει t , έχει περάσει χρονικό διάστημα $\Delta t = t - t_0$.

Για ευκολία, τη στιγμή που αρχίζουμε την παρατήρηση συνήθως μηδενίζουμε το χρονομέτρο μας. Τότε βέβαια είναι $t_0 = 0$ και $\Delta t = t - 0 \rightarrow \Delta t = t$, δηλαδή διαβάζοντας το χρονομέτρο βρίσκουμε απευθείας τη χρονική διάρκεια, χωρίς να χρειάζεται να κάνουμε αφαίρεση.

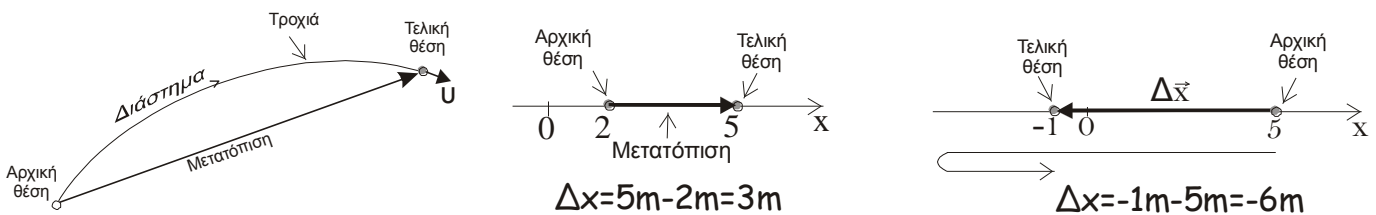
Το αποτέλεσμα μιας ορισμένης κίνησης εξαρτάται από τη χρονική της διάρκεια. Έτσι, στις εξισώσεις κίνησης πρέπει να εμφανίζεται χρονική διάρκεια. Για παράδειγμα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση θα δούμε ότι ισχύει $s = v(t - t_0)$ και γίνεται $s = vt$ μόνο αν $t_0 = 0$ ⁽²⁾.

Η ΜΕΤΑΤΟΠΙΣΗ ΚΑΙ ΤΟ ΔΙΑΣΤΗΜΑ

Μπορούμε να καθορίσουμε το πόσο κινήθηκε ένα σώμα σε ορισμένο χρόνο, γνωρίζοντας την απόσταση, δηλαδή το διάστημα που διάνυσε. Για να γνωρίζουμε όμως και το προς τα πού κινήθηκε, χρειαζόμαστε ένα διανυσματικό μέγεθος. Αυτό το μέγεθος είναι η μετατόπιση.

Μετατόπιση $\vec{\Delta x}$ ενός κινητού είναι η μεταβολή της θέσης του και παριστάνεται με ένα διάνυσμα που έχει αρχή την αρχική και τέλος την τελική θέση: $\vec{\Delta x} = \vec{x} - \vec{x}_0$.

Έτσι η μετατόπιση είναι διανυσματικό μέγεθος και έχει μονάδα στο SI το 1 m.



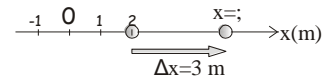
Στις ευθύγραμμες κινήσεις, η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης είναι $\Delta x = x - x_0$ και είναι:

- θετική αν το σώμα κινείται κατά τη θετική φορά ($x > x_0$),
- αρνητική αν το σώμα κινείται κατά την αρνητική φορά ($x < x_0$) και
- μηδέν αν η τελική θέση συμπίπτει με την αρχική ($x = x_0$).

² Στην καθημερινή μας ζωή, αρχίζουμε να μετράμε το χρόνο μια στιγμή που τη λέμε «μεσάνυχτα». Εκείνη τη στιγμή τα ρολόγια δείχνουν $t_0 = 00:00:00$. Έτσι, όταν λέμε ότι το μάθημα αρχίζει στις 8 το πρωί, εννοούμε ότι αρχίζει όταν έχουν περάσει 8 ώρες από τη στιγμή $t = 0$: $\Delta t = t - t_0 = 8\text{ h} - 0\text{ h} = 8\text{ h}$.

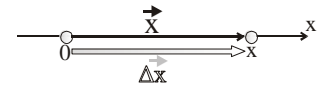
Η μετατόπιση **εκφράζει** το πόσο και προς τα πού κινήθηκε τελικά το σώμα.

$$x = x_0 + \Delta x = 2\text{m} + 3\text{m} = 5\text{m}$$



Από τη σχέση $\Delta x = x - x_0$, φαίνεται ότι είναι $\Delta x = x$ αν $x_0 = 0$. Άρα, αν η αρχική θέση είναι η αρχή του άξονα θέσης, η αλγεβρική τιμή της μετατόπισης συμπίπτει με τη συντεταγμένη του σώματος στον άξονα: Αν $x_0 = 0 \Leftrightarrow \Delta x = x$

Όταν η αρχική θέση είναι η αρχή του άξονα θέσης, είναι $\Delta x = x$



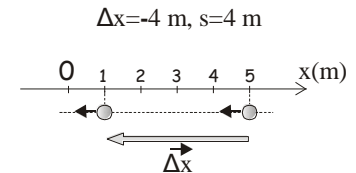
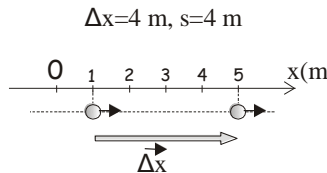
Διάστημα s είναι το μήκος της τροχιάς που διανύει το κινητό.

Το διάστημα είναι μέγεθος μονόμετρο, μη αρνητικό (αφού είναι μήκος): $s \geq 0$

Στην ευθύγραμμη κίνηση σταθερής κατεύθυνσης, το διάστημα ισούται με το μέτρο της μετατόπισης: $s = |\Delta x|$.

Γενικά, στις ευθύγραμμες κινήσεις, το διάστημα υπολογίζεται από τη σχέση

$$s_{ολ} = \Delta x_{(+)} + |\Delta x_{(-)}|$$



Διαφορές μετατόπισης $\vec{\Delta x}$ και διαστήματος s

	Μετατόπιση $\vec{\Delta x}$	Διάστημα s
1	Είναι η μεταβολή της θέσης ενός κινητού	Είναι το μήκος της τροχιάς ενός κινητού
2	Είναι διανυσματικό μέγεθος	Είναι μονόμετρο μέγεθος
3	Εξαρτάται μόνο από την αρχική και την τελική θέση και όχι από την τροχιά.	Εξαρτάται από την τροχιά
4	Η αλγεβρική της τιμή μπορεί να είναι θετική, αρνητική ή μηδέν.	Ως μήκος, είναι θετικό ή μηδέν.
5	Είναι μηδέν όταν δεν υπάρχει κίνηση ή όταν η τελική θέση συμπίπτει με την αρχική.	Είναι μηδέν μόνο όταν δεν υπάρχει κίνηση.

Ομοιότητες μετατόπισης $\vec{\Delta x}$ και διαστήματος s

1	Αναφέρονται σε χρονικό διάστημα Δt
2	Έχουν την ίδια μονάδα μέτρησης (1 m στο SI)
3	Εξαρτώνται από το σύστημα αναφοράς
4	Δεν εξαρτώνται από την επιλογή της αρχής των αξόνων

Διαφορές θέσης \vec{x} και μετατόπισης $\vec{\Delta x}$

	Θέση	Μετατόπιση
1	Δείχνει το σημείο του χώρου στο οποίο βρίσκεται ένα σώμα	Δείχνει πώς άλλαξε η θέση
2	Αναφέρεται σε χρονική στιγμή t	Αναφέρεται σε χρονικό διάστημα Δt
3	Εξαρτάται από το σημείο που επιλέγουμε ως αρχή των αξόνων	Δεν εξαρτάται από το σημείο που επιλέγουμε ως αρχή των αξόνων

Η ΤΑΧΥΤΗΤΑ \vec{v}

Για να δείξουμε πόσο γρήγορα κινείται ένα σώμα και προς τα πού κινείται, χρησιμοποιούμε ένα διανυσματικό μέγεθος που το λέμε ταχύτητα.

Γενικά, η ταχύτητα ενός σώματος (υλικού σημείου) είναι διανυσματικό μέγεθος το οποίο:

- αναφέρεται σε ορισμένο σύστημα αναφοράς και σε ορισμένη χρονική στιγμή t ,
- εκφράζει το πόσο γρήγορα και προς τα πού κινείται το σώμα,
- ορίζεται ως «ο ρυθμός μεταβολής της θέσης» του σώματος και
- έχει μονάδα στο SI το 1 m/s.

Ο ορισμός της ταχύτητας στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η ταχύτητα ορίζεται ως το πηλίκο της μετατόπισης του

κινητού προς το αντίστοιχο χρονικό διάστημα $\vec{v} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$ και είναι ένα διανυσματικό μέγεθος με τα παρακάτω χαρακτηριστικά:

- Κατεύθυνση: την κατεύθυνση της μετατόπισης ($\vec{v} \uparrow \uparrow \Delta \vec{x}$)
- Μέτρο: $|v| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$
- Αλγεβρική τιμή $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ (θετική αν η κίνηση είναι ομόρροπη του άξονα
και αρνητική αν η κίνηση είναι αντίρροπη του άξονα)

Παρατηρήσεις:

1. Επειδή στην ΕΟΚ το διάστημα ισούται με το μέτρο της μετατόπισης, αν $t_0=0$ η σχέση $|v| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t}$ γράφεται και $|v| = \frac{s}{t}$.
2. Η σχέση $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ ΔΕΝ σημαίνει ότι η ταχύτητα είναι ανάλογη της μετατόπισης και αντιστρόφως ανάλογη του χρόνου (σε διπλάσιο χρόνο αντιστοιχεί διπλάσια μετατόπιση, οπότε το πηλίκο $\Delta x/\Delta t$ παραμένει σταθερό).
3. Οι σχέσεις $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ και $|v| = \frac{s}{t}$ ισχύουν μόνο στην ΕΟΚ.
Σε άλλες κινήσεις, χρειαζόμαστε την έννοια της στιγμιαίας και της μέσης ταχύτητας.

Η μέση ταχύτητα v_{μ}

Όταν η κίνηση ενός σώματος δεν είναι ομαλή, η ταχύτητά του αλλάζει από τη μια χρονική στιγμή στην άλλη. Έτσι, για να ξέρουμε πόσο γρήγορα κινείται, χρειαζόμαστε την ταχύτητά του κάθε χρονική στιγμή, που τη λέμε *στιγμιαία ταχύτητα*.

Μερικές φορές όμως χρησιμοποιούμε τη *μέση ταχύτητα*, που μας δίνει μια πρώτη, χονδρική εκτίμηση της κίνησής του σε κάποιο χρονικό διάστημα. Για παράδειγμα, ένα αυτοκίνητο που κάνει μια διαδρομή 200 km σε 2 h, λέμε ότι έχει μέση ταχύτητα $200 \text{ km}/2\text{h} = 100 \text{ km/h}$, χωρίς να μας ενδιαφέρει η πραγματική ένδειξη του κοντέρ του κάθε στιγμή³.

Ορισμοί της μέσης μονόμετρης ταχύτητας v_{μ} ή \bar{v} :

1^{ος} ορισμός: Μέση μονόμετρη ταχύτητα ενός κινητού είναι το πηλίκο του διαστήματος που διανύει το κινητό σε ορισμένο χρόνο, προς το χρόνο αυτό: $v_{\mu} = \bar{v} = \frac{s}{t}$.

2^{ος} ορισμός: Μέση μονόμετρη ταχύτητα ενός κινητού Α είναι η ταχύτητα που πρέπει να έχει ένα άλλο, υποθετικό κινητό Β, το οποίο κινούμενο ομαλά, θα διάνυε το ίδιο διάστημα στον ίδιο χρόνο με το Α.

Η μέση μονόμετρη ταχύτητα είναι η μέση ταχύτητα της καθημερινής ζωής. Δείχνει πόσο γρήγορα κατά μέσο όρο κινείται ένα κινητό, δηλαδή πόσο γρήγορα κατά μέσο όρο διανύει ένα ορισμένο διάστημα. Ως μονόμετρο μέγεθος δεν μας δείχνει τη φορά κίνησης.

Ορισμός της μέσης διανυσματικής ταχύτητας \bar{v}_{μ} : Μέση διανυσματική ταχύτητα είναι το πηλίκο της συνολικής μετατόπισης σε ορισμένο χρόνο, προς το χρόνο αυτό: $\bar{v}_{\mu} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$

Παρατηρήσεις:

1. Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση, η μέση διανυσματική ταχύτητα συμπίπτει με τη στιγμιαία (την πραγματική) ταχύτητα του κινητού.
2. Η μέση ταχύτητα υπολογίζεται πάντα για κάποιο χρονικό διάστημα Δt και όχι για χρονική στιγμή t .

³ Όταν ενδιαφερόμαστε για το διάστημα που διανύει το σώμα σε κάποιο χρόνο, χρησιμοποιούμε τη μέση μονόμετρη ταχύτητα, ενώ όταν ενδιαφερόμαστε για τη μετατόπιση σε ορισμένο χρόνο, χρησιμοποιούμε τη μέση διανυσματική ταχύτητα.

Η στιγμιαία ταχύτητα v

1. Σε τι αναφέρεται η στιγμιαία ταχύτητα;

Η στιγμιαία ταχύτητα αναφέρεται

- σε υλικό σημείο
- σε ορισμένο σύστημα αναφοράς
- σε χρονική στιγμή t .

2. Τι είναι η στιγμιαία ταχύτητα;

Στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού είναι η πραγματική ταχύτητα του κινητού μια ορισμένη στιγμή. Έτσι, στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού είναι ο ρυθμός μεταβολής της θέσης του μια ορισμένη χρονική στιγμή.

Για παράδειγμα, στιγμιαία ταχύτητα ενός αυτοκινήτου είναι η ένδειξη του κοντέρ του.

3. Τι εκφράζει η στιγμιαία ταχύτητα;

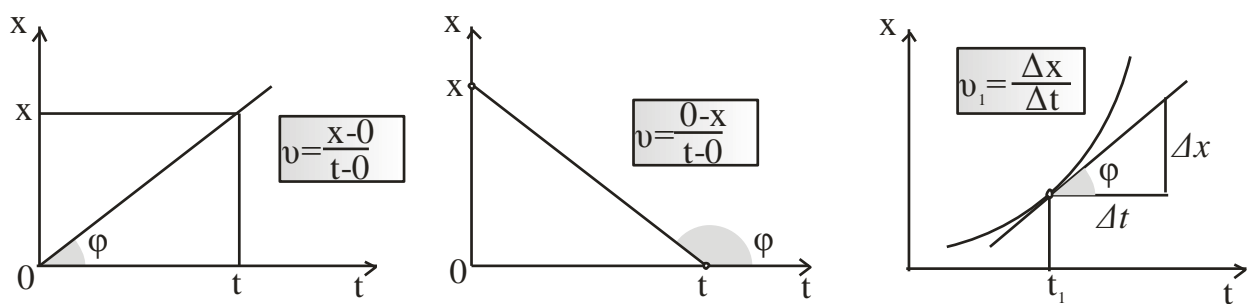
Η στιγμιαία ταχύτητα εκφράζει το ρυθμό μεταβολής της θέσης μια ορισμένη στιγμή και δείχνει το πόσο γρήγορα και προς τα πού κινείται ένα κινητό, μια ορισμένη χρονική στιγμή.

4. Τι εννοούμε όταν λέμε «ταχύτητα» χωρίς άλλη διευκρίνιση;

Όταν λέμε «ταχύτητα ενός κινητού» εννοούμε την πραγματική του ταχύτητα, δηλαδή τη στιγμιαία ταχύτητα του κινητού.

5. Πώς μπορεί να υπολογιστεί γραφικά η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού;

Θα δούμε παρακάτω ότι σε όλα τα είδη των ευθύγραμμων κινήσεων, η στιγμιαία ταχύτητα μπορεί να υπολογιστεί (αλγεβρικά) από την κλίση στη γραφική παράσταση $x=f(t)$.



6. Ποια σχέση έχει η στιγμιαία ταχύτητα με τη μέση διανυσματική ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η μέση διανυσματική ταχύτητα και η στιγμιαία ταχύτητα **συμπίπτουν** (η μέση τιμή ενός σταθερού μεγέθους συμπίπτει πάντα με τη στιγμιαία του τιμή).

7. Ποια σχέση έχει η στιγμιαία ταχύτητα με τη μέση μονόμετρη ταχύτητα στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση;

Στην ευθύγραμμη ομαλή κίνηση η αλγεβρική τιμή της στιγμιαίας ταχύτητας είναι σταθερή και μπορεί να είναι θετική ή αρνητική, ανάλογα με τη φορά κίνησης του σώματος. Από την άλλη μεριά, η μέση μονόμετρη ταχύτητα μπορεί να πάρει μόνο θετικές τιμές. Έτσι, το μέτρο της στιγμιαίας ταχύτητας συμπίπτει με τη μέση μονόμετρη ταχύτητα.

8. Πώς ορίζεται μαθηματικά η στιγμιαία ταχύτητα ενός κινητού;

Σε πολλές κινήσεις, η ταχύτητα μπορεί να μεταβάλλεται από στιγμή σε στιγμή. Η ταχύτητα στο τέλος ενός χρονικού διαστήματος Δt μπορεί να είναι άλλη από την ταχύτητα στην αρχή του. Έτσι, η σχέση $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ μας δίνει μόνο τη μέση ταχύτητα στο χρονικό διάστημα Δt . Αυτό

το πρόβλημα ξεπερνιέται, αν πάρουμε το Δt πολύ μικρό. Τόσο μικρό, που η αρχή του και το τέλος του να βρίσκονται πολύ κοντά, ώστε η ταχύτητα να μην προλάβει να αλλάξει.

Για να ορίσουμε, λοιπόν, τη στιγμιαία ταχύτητα σε μια στιγμή t , σκεφτόμαστε ως εξής:

Ζητάμε την ταχύτητα τη χρονική στιγμή t . Μετά την t η ταχύτητα αλλάζει. Αυτή η αλλαγή όμως χρειάζεται κάποιο χρόνο για να γίνει. Σε πολύ μικρό, απειροελάχιστο χρόνο Δt μετά την t , η ταχύτητα δεν προλαβαίνει να αλλάξει και η κίνηση μπορεί να θεωρηθεί ευθύγραμμη και ομαλή. Για αυτόν τον πολύ μικρό χρόνο μπορούμε να εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση. Για να ξεχωρίζουμε ότι μιλάμε για πολύ μικρό χρόνο και πολύ μικρή μετατόπιση, χρησιμοποιούμε

το "d" αντί του «Δ» και γράφουμε $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$.

Άρα: Για να βρούμε την στιγμιαία ταχύτητα, εφαρμόζουμε τη σχέση $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ σε

απειροελάχιστο Δt , ώστε η κίνηση να μπορεί να θεωρηθεί ΕΟΚ και γράφουμε: $\vec{v} = \frac{d\vec{x}}{dt}$.

9. Ποια είναι κατεύθυνση της στιγμιαίας ταχύτητας και ποια η κατεύθυνση της μέσης διανυσματικής ταχύτητας;

Η στιγμιαία ταχύτητα αναφέρεται σε χρονική στιγμή t . Έτσι, είναι πάντα διάνυσμα εφαπτόμενο στην τροχιά του κινητού, στη θέση που βρίσκεται το κινητό εκείνη τη στιγμή. Αντίθετα, η μέση διανυσματική ταχύτητα αναφέρεται σε χρονικό διάστημα Δt . Έτσι, είναι διάνυσμα που έχει την κατεύθυνση της μετατόπισης στο διάστημα αυτό. Τα παραπάνω φαίνονται καλύτερα σε μια καμπυλόγραμμη κίνηση όπως στο σχήμα:

