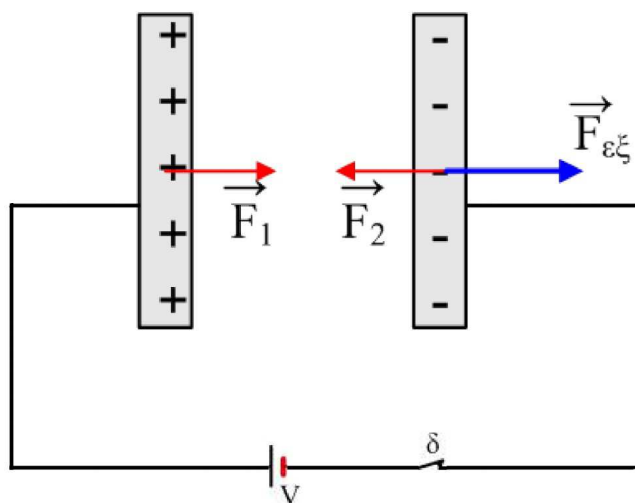


**Ενέργεια για την απομάκρυνση οπλισμών πυκνωτή,
με τη πηγή συνδεδεμένη.**

Ένας πυκνωτής με χωρητικότητα $2\mu\text{F}$ φορτίζεται με φορτίο $0,4\text{mC}$. Η απόσταση των οπλισμών του είναι $0,1\text{mm}$. Θέλουμε να απομακρύνουμε τους οπλισμούς ώστε η απόσταση μεταξύ τους να γίνει $0,2\text{mm}$ χωρίς να αποσυνδέουμε τη πηγή.



Να υπολογίστε το έργο της $F_{\epsilon\xi}$ για την παραπάνω περίπτωση.

Απάντηση:

Για να διπλασιάσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών, απαιτείται να ασκήσουμε μια εξωτερική δύναμη $F_{\epsilon\xi}$, όπως στο σχήμα, αφού οι οπλισμοί του πυκνωτή έλκονται. Μέσω του έργου αυτής της δύναμης προσφέρουμε ενέργεια στον οπλισμό. Πόση είναι αυτή;

Η αρχική ενέργεια του πυκνωτή είναι:

$$U_{\text{αρχ}} = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} Q \cdot V = E_0$$

Μετά την απομάκρυνση των οπλισμών, ο πυκνωτής θα έχει ενέργεια:

$$U_{\text{τελ}} = \frac{1}{2} C_1 \cdot V^2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} E_0.$$

Αφού με το διπλασιασμό της απόστασης των οπλισμών, υποδιπλασιάστηκε η χωρητικότητα (και το φορτίο $q_1 = C_1 \cdot V$) του πυκνωτή.

Για να μειωθεί όμως το φορτίο του πυκνωτή, σημαίνει ότι φορτίο $\frac{1}{2} Q$, έφυγε από τον θετικό οπλισμό (συμβατική φορά) και αφού πέρασε από την πηγή, έφτασε στον αρνητικό οπλισμό. Το φορτίο όμως αυτό, μεταφέρθηκε από το θετικό στον αρνητικό πόλο της πηγής, συνεπώς μειώθηκε η δυναμική του ενέργεια ή με άλλα λόγια έδωσε ενέργεια στην πηγή ίση με:

$$W_1 = q_1 \cdot V = \frac{1}{2} Q \cdot V = E_0$$

Ίση δηλαδή με την αρχική ενέργεια του πυκνωτή.

Με βάση λοιπόν της διατήρηση της ενέργειας έχουμε:

$$U_{\alpha\rho\chi} + W_{F\epsilon\xi} = U_{\tau\epsilon\lambda} + W_1 \quad \text{ή}$$

$$W_{F\epsilon\xi} = \frac{1}{2} E_0 \cdot E_0 \cdot E_0 = \frac{1}{2} E_0 = \frac{Q^2}{4C} = \frac{16 \cdot 10^{-8}}{4 \cdot 2 \cdot 10^{-6}} J = 0,02 J$$

Θα μπορούσαμε να το διατυπώσουμε με άλλα λόγια ως εξής. Η ενέργεια του πυκνωτή μειώθηκε κατά 0.02J και άλλα 0,02J προσφέραμε εμείς μέσω της εξωτερικής δύναμης, οπότε η πηγή φορτίζεται παίρνοντας ενέργεια 0,04J.

.....

Μια δεύτερη απόδειξη, αλλά **μόνο για συναδέλφους** είναι η εξής:

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στο εσωτερικό του πυκνωτή είναι $E = \frac{V}{\ell}$, αλλά αυτή οφείλεται στα φορτία και των δύο οπλισμών και λόγω συμμετρίας θα μπορούσαμε να υποστηρίξουμε ότι ο αρνητικός οπλισμός βρίσκεται στο ηλεκτρικό πεδίο του θετικού οπλισμού, που δημιουργεί ηλεκτρικό πεδίο έντασης $E_1 = \frac{V}{2\ell}$.

Συνεπώς δέχεται δύναμη μέτρου:

$$F_2 = q \cdot E_1 = C \cdot V \cdot \frac{V}{2\ell}.$$

Μετακινώντας τώρα τον αρνητικό οπλισμό κατά x, το μέτρο της δύναμης θα είναι:

$$F_2 = C \cdot V \cdot \frac{V}{2\ell} = \epsilon_0 \frac{S}{\ell + x} V \cdot \frac{V}{2(\ell + x)} = \frac{\epsilon_0 S V^2}{2(\ell + x)^2}$$

Συνεπώς το έργο της για μετατόπιση κατά x=ℓ θα είναι:

$$W = - \int_0^\ell F_2 dx = - \int_0^\ell \frac{\epsilon_0 S V^2}{2(\ell + x)^2} dx = - \int_0^\ell \frac{\epsilon_0 S V^2}{2(\ell + x)^2} d(\ell + x) = \left[\frac{\epsilon_0 S V^2}{2(\ell + x)} \right]_0^\ell \rightarrow$$

$$W = \left[\frac{\epsilon_0 S V^2}{2(\ell + \ell)} \right] - \left[\frac{\epsilon_0 S V^2}{2\ell} \right] = - \frac{\epsilon_0 S V^2}{4\ell} = - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} C V^2 = - \frac{1}{2} E_0$$

Αλλά εφαρμόζοντας για τον οπλισμό το Θ.Μ.Κ.Ε. για την μετακίνηση αυτή έχουμε:

$$K_\tau - K_{\alpha\rho} = W_{F2} + W_{F\epsilon\xi} \quad \text{ή}$$

$$W_{F\epsilon\xi} = - W_{F2} = \frac{1}{2} E_0.$$

dmargaris@sch.gr