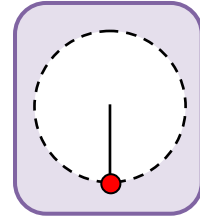


Αδύνατα και δυνατά στην κατακόρυφη κυκλική κίνηση. Κρίσιμες ταχύτητες !

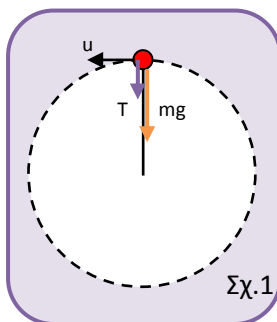
- 1) Δικαιολογήστε ότι, **ΕΙΝΑΙ ΑΔΥΝΑΤΟΝ**το σφαιρίδιο του σχήματος (δεμένο στο άκρο νήματος μη εκτατού, μήκους L) να εκτελέσει κατακόρυφη κυκλική κίνηση φτάνοντας στο ανώτερο σημείο της τροχιάς με ελάχιστη ταχύτητα μηδέν.



Δικαιολόγηση

Έστω u η ταχύτητα του σφαιριδίου στο ανώτερο σημείο της τροχιάς.

Στο ανώτερο σημείο οι δυνάμεις που δέχεται το σφαιρίδιο είναι το βάρος του και η τάση του νήματος, ισχύει δε λόγω κυκλικής κίνησης



$$\Sigma F_R = F_k \Rightarrow mg + T = m \frac{u^2}{L} \quad (1)$$

Για να είναι η ελάχιστη $u=0$, πρέπει: $mg+T=0$

Τότε πρέπει: $T=0$ (Δυνατόν) και

$mg=0$ (**ΑΔΥΝΑΤΟΝ**)

- 2) Ποια είναι λοιπόν η *min* ταχύτητα στο ανώτερο σημείο της τροχιάς για να **είναι ΔΥΝΑΤΟΝ** το σφαιρίδιο να εκτελεί κυκλική κίνηση (ανακύκλωση).

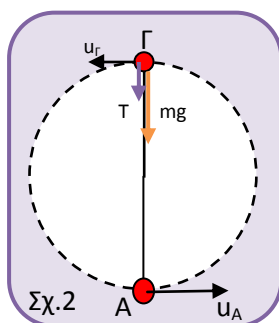
Απάντηση

Από το (Σχ. 1)

$$\Sigma F_R = F_k \Rightarrow mg + T = m \frac{u^2}{L} \Rightarrow T = m \frac{u^2}{L} - mg \geq 0 \Rightarrow u \geq \sqrt{gL} \Rightarrow u_{\min} = \sqrt{gL}$$

- 3) Ποια η *min* ταχύτητα στο κατώτερο σημείο της τροχιάς (**1^η ΚΡΙΣΙΜΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ**) για να **είναι ΔΥΝΑΤΟΝ** το σφαιρίδιο να εκτελεί κυκλική κίνηση (ανακύκλωση).

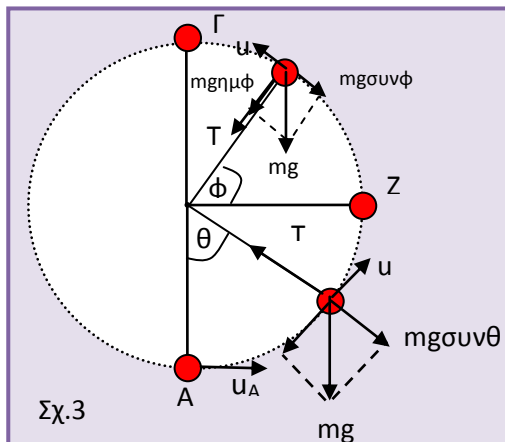
Απάντηση



Εφαρμόζω το Θ.Μ.Κ.Ε από το Α στο Γ

$$\frac{1}{2} m u_{\Gamma}^2 - \frac{1}{2} m u_A^2 = -mg2L \xrightarrow{u_{\Gamma} = u_{\Gamma \min} = \sqrt{gL}} u_{A \min} = \sqrt{5gL}$$

4) Δικαιολογήστε ότι κατά την κατακόρυφη κυκλική κίνηση του σφαιριδίου :



A) από το A μέχρι και το Z **είναι δυνατόν** οπουδήποτε, η ελάχιστη ταχύτητά του να είναι μηδέν.

B) αν το σώμα υπερβεί τη θέση Z **είναι αδύνατον** να υπάρξει θέση επί της κυκλικής τροχιάς όπου η ελάχιστη ταχύτητά του να είναι μηδέν.

Δικαιολόγηση

A) Σε τυχαία θέση μεταξύ A και Z : $F_k = T - mg \sin \theta \Rightarrow m \frac{u^2}{L} = T - mg \sin \theta$

Παρατηρούμε ότι **είναι δυνατόν** , $u=0$ όταν $T=mg \sin \theta$

B) Σε τυχαία θέση μεταξύ Z και Γ :

$$F_k = T + mg \sin \theta \Rightarrow m \frac{u^2}{L} = T + mg \sin \theta \neq 0 \Rightarrow u \neq 0$$

Παρατηρούμε ότι **είναι αδύνατον** , $u=0$.

5) Ποια ελάχιστη ταχύτητα απαιτείται στο κατώτερο σημείο της τροχιάς (2^η ΚΡΙΣΙΜΗ ΤΑΧΥΤΗΤΑ) ώστε το σφαιρίδιο να **είναι ΔΥΝΑΤΟΝ** χωρίς να χάνει την επαφή του με την κυκλική τροχιά να αποκτά ταχύτητα $u=0$.

Απάντηση

Δικαιολογήσαμε στην προηγούμενη ερώτηση ότι $u=0$ επί της κυκλικής τροχιάς μπορεί να συμβεί μόνο στο τόξο (AZ)

Εφαρμόζω το Θ.Μ.Κ.Ε από το A στο Z

$$K_Z - \frac{1}{2} m u_A^2 = -mgL \xrightarrow{K_Z = \min = 0} u'_{A\min} = \sqrt{2gL}$$

6) Να γίνει η γραφική παράσταση, στο ίδιο σύστημα αξόνων, της τάσης του νήματος και της F_k α) σε σχέση με την γωνία στροφής θ και β) σε σχέση με το $\sin \theta$, για μια πλήρη περιφορά αν στο κατώτερο σημείο A το σφαιρίδιο έχει τη 1^η κρίσιμη ταχύτητα: $u_{A\min} = \sqrt{5gL}$

Απάντηση

Με βάση το (Σχ.3) σε μια τυχαία θέση στροφής κατά γωνία θ θα έχουμε :

$$F_K = T - mg\sigma\nu\theta \Rightarrow m\frac{u^2}{L} = T - mg\sigma\nu\theta \Rightarrow T = m\frac{u^2}{L} + mg\sigma\nu\theta \quad (I)$$

Εφαρμόζουμε το Θ.Μ.Κ.Ε. για την παραπάνω στροφή και έχουμε.

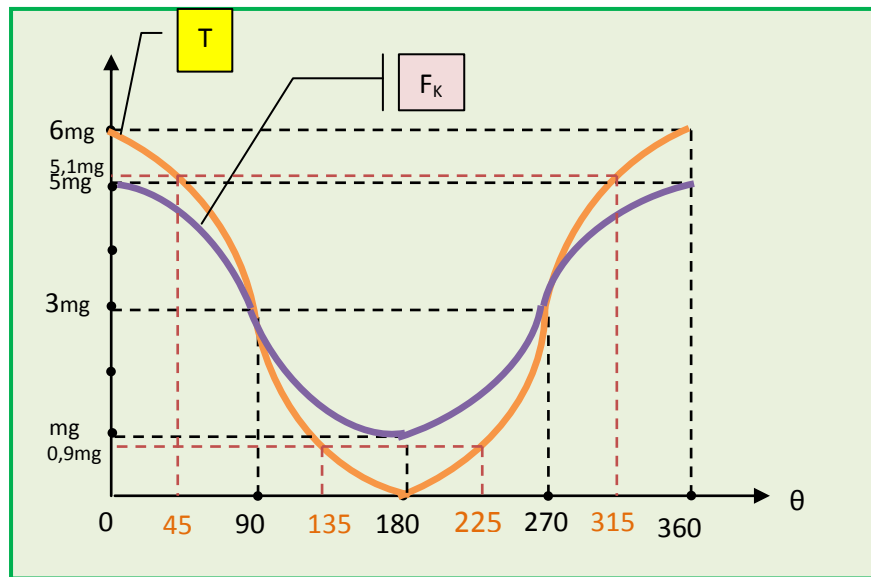
$$\frac{1}{2}mu^2 - \frac{1}{2}mu_{Amin}^2 = -mgh \xrightarrow{h=L-L\sigma\nu\theta \text{ \& } u_{Amin}=\sqrt{5gL}} u^2 = 3gL + 2gL\sigma\nu\theta \quad (II)$$

Από την (I) με τη βοήθεια της (II) έχουμε :

$$T = 3mg + 3mg\sigma\nu\theta$$

$$\text{Και επειδή } F_K = T - mg\sigma\nu\theta \Rightarrow F_K = 3mg + 2mg\sigma\nu\theta$$

α)



β)

