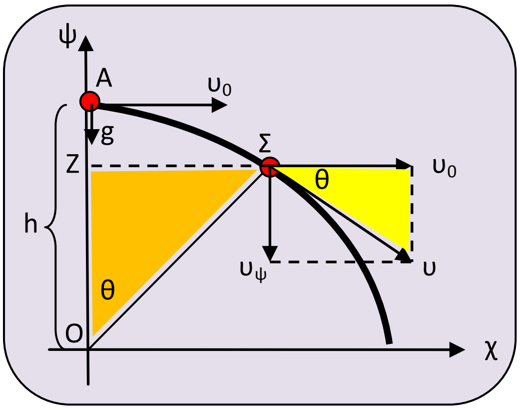
Βολή άνευ τίτλου

Από σημείο Α σε ύψος h από το οριζόντιο έδαφος ρίχνουμε ένα μικρό σφαιρίδιο με οριζόντια ταχύτητα υ_o. Διερωτόμαστε : υπάρχει σημείο (Σ) της τροχιάς του σφαιριδίου, πλην του Α, όπου η ταχύτητά του να είναι κάθετη στην ευθεία που ενώνει το σημείο Σ και το σημείο τομής (Ο) ,της κατακόρυφης από το Α και της οριζόντιας επί του εδάφους στο επίπεδο τροχιάς ; Αντιστάσεις αμελητέες

Εφαρμογή: α) h=15m , υ_o=10m/s & g=10m/s^2

β) h=15m , υ_o=13m/s & g=10m/s^2

ΑΠΑΝΤΗΣΗ



Θεωρώ σύστημα ορθογωνίων αξόνων (χ,ψ), όπως στο σχήμα.

Υποθέτω ότι στο Σ η υ είναι κάθετη στην ΟΣ.

Αναλύω την υ στις $\upsilon_\chi=\upsilon_o$ και υ_ψ

Με βάση το σύστημα χοψ ισχύουν οι εξισώσεις

Άξονας Χ : $\chi=\upsilon_o t$ (1) $\upsilon_\chi=\upsilon_o$ (2)

Άξονας ψ : $\psi=h-\frac{1}{2}gt^2$ (3) $\upsilon_\psi=-gt$ (4)

Από τα έγχρωμα τρίγωνα προκύπτει:

$$\varepsilon\varphi\theta=\frac{|\upsilon_\psi|}{\upsilon_o}=\frac{\chi}{\psi}\rightarrow\frac{gt}{\upsilon_o}=\frac{\upsilon_o t}{h-\frac{1}{2}gt^2}\xrightarrow{t\neq 0}$$

$$\frac{g}{\upsilon_o}=\frac{\upsilon_o}{h-\frac{1}{2}gt^2}\rightarrow\ldots.\quad t=\sqrt{\frac{2h}{g}-\frac{2\upsilon_o^2}{g^2}}$$

Από την (1)$\Rightarrow$ $x=\upsilon_o\sqrt{\frac{2h}{g}-\frac{2\upsilon_o^2}{g^2}}\rightarrow x=\frac{\upsilon_o}{g}\sqrt{2gh-2\upsilon_o^2}\quad \mu\varepsilon\ \upsilon_o<\sqrt{gh}$

Από την (3)$\Rightarrow$ $\psi=h-\frac{1}{2}g(\frac{2h}{g}-\frac{2\upsilon_o^2}{g^2})\rightarrow\psi=\frac{\upsilon_o^2}{g}$

Άρα υπάρχει σημείο Σ $\boxed{(\frac{\upsilon_o}{g}\sqrt{2gh-2\upsilon_o^2}\ ,\frac{\upsilon_o^2}{g})\ \mu\varepsilon\ \upsilon_o<\sqrt{gh}}$ όπου η υ είναι κάθετη στην ΟΣ με τον παραπάνω περιορισμό.

<u>Παρατήρηση</u>

Αν $\upsilon_o=\sqrt{gh}$ το σημείο θα είναι το Σ(0 , h) δηλαδή το Α που προφανώς υ $\perp$ ΟΑ

<u>Εφαρμογή</u>

α)

$$x_\Sigma=\frac{10}{10}\sqrt{2\cdot10\cdot15-2\cdot10^2}\Rightarrow x_\Sigma=10m$$

$$\psi_\Sigma=\frac{10^2}{10}\Rightarrow\psi_\Sigma=10m\qquad \acute{A}\rho\alpha\quad\Sigma(10,10)$$

β)

$$x_\Sigma=\frac{10}{10}\sqrt{2\cdot10\cdot15-2\cdot13^2}=\sqrt{300-338}=\sqrt{-38}\ \acute{\alpha}\tau o\pi o$$

$$\psi_\Sigma=\frac{13^2}{10}\Rightarrow\psi_\Sigma=16{,}9m>15m\ \acute{\alpha}\tau o\pi o$$

Παντελεήμων Παπαδάκης

12η-2014