

Αεί ο Θεός ο Μέγας γεωμετρεί!

α **A** με διακριτό κίτρινο χρώμα. Πάνω στο
εντρο **K** της βάσης του κυλίνδρου είναι
που βλέπει ότι και το μάτι ενός παρατηρητή

- ώμα στη διάρκεια μιας περιφοράς του.
 το σώμα στη διάρκεια μιας περιφοράς του.
 από το κέντρο 2R χρειάζονται, ώστε το
 διάρκεια της περιφοράς του.
 εια που ο αισθητήρας το “βλέπει” σε μια
 ς στην προηγούμενη διάρκεια.
 από τη στιγμή που ο αισθητήρας αρχίζει
 αχύτητα του σώματος είναι κάθετη στην ΠΚ .
 σιέστερη προς τον αισθητήρα θέση (έστω Γ).
 κινείται κυκλικά ο αισθητήρας Π σε τροχιά
 ει ακίνητος ως προς το σώμα στην
 Ψ επί του επιπέδου, με τον Χ στη διεύθυνση
 της ΚΠ ,τεμνομένων στο $K(0,0)$.
 νά από τη θέση $\Sigma(0,+R)$ με φορά σύμφωνη
 ρβολής του σημείου θέσης του σώματος στον
 η για μια περίοδο.
 ης να σχεδιάσετε “ποιοτικά την παράσταση
 δια προβολή και τέλος, απ’ αυτήν να
 η με το χρόνο για μια περίοδο.

Δίδεται: $\pi=3,14159$ & $\pi^2 \approx 10$

ΑΠΑΝΤΗΣΗ

Κατασκευάζω το προβολικό στο οριζόντιο επίπεδο σχήμα, για διευκόλυνση μας.

Φέρνω από το Π τις εφαπτόμενες ΠΑ και ΠΒ στην τροχιά του σώματος που ταυτίζεται

(προσεγγιστικά) με την περιφέρεια της βάσης του κυλίνδρου ακτίνας R

- 1) Ο αισθητήρας “βλέπει” το σώμα στη διάρκεια που αυτό κινείται στο τόξο ΑΓΒ
Από το ορθογώνιο τρίγωνο ΠΑΚ : $\sin\theta = \frac{AK}{KP} = \frac{R}{2R} = \frac{1}{2}$ Άρα $\theta = \frac{\pi}{3} \text{ rad}$
Από την ισότητα των τριγώνων ΠΑΚ & ΠΒΚ προκύπτει ότι η γωνία $\text{ΠΚΒ} = \theta$.

Το σώμα εκτελεί ομαλή κυκλική κίνηση
αφού $\omega = \text{σταθερή}$ οπότε:

$$\omega = \frac{2\theta}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{2\theta}{\omega} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} \Rightarrow \langle t_1 = 2s \rangle$$

[illegible]

$$t_2 = T - t_1 = \frac{2\pi}{\omega} - t_1 = \frac{2\pi}{\pi/3} - 2 \Rightarrow t_2 = 6 - 2 \Rightarrow \langle t_2 = 4\text{s} \rangle$$

$$N = \frac{2\pi}{2\pi/3} \Rightarrow N = 3 \text{ αισθητήρες}$$
 για να καλύψουν όλη την περιφορά.
$$S = v t_1 = \omega R t_1 = \frac{\pi}{3} R 2 = \frac{2\pi^2}{3} \Rightarrow S = \frac{20}{3} m \quad \text{ή εναλλακτικά: } S = R \cdot 2\theta = \pi \cdot 2\pi/3 = 20/3 m$$

Η μετατόπιση στο επίπεδο γενικά είναι: $D_{AB} = \sqrt{(\Delta\chi)^2 + (\Delta\psi)^2}$

$$D_{AB} = |\Delta\psi| = |\psi_B - \psi_A| = |-R\eta\mu\theta - R\eta\mu\theta| = 2R\eta\mu\theta = 2\pi \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \boxed{D_{AB} = \Delta\psi = \pi \sqrt{3} \text{ m}}$$

Σχ, 2

Προβολικό στο οριζόντιο

$$\vec{\Delta v} = \vec{v}_\Gamma - \vec{v}_A \Rightarrow \vec{v}_A + \vec{\Delta v} = \vec{v}_\Gamma \quad (\text{διαν.αρχικής} + \text{διαν.μεταβολής διαδοχικά} = \text{διαν.τελικής})$$

$u_A = u_F = u$ το τρίγωνο είναι ισόπλευρο . Άρα $\Delta u = u = \omega R = \pi^2/3 \rightarrow \Delta u = 10/3 \text{ m/s}$

7) Για να παραμένει ο Π ακίνητος ως προς το σώμα πρέπει τα Π,Γ να παραμένουν στη ευθεία ΠΓΚ άρα πρέπει ο αισθητήρας και το σώμα να έχουν την ίδια γωνιακή ταχύτητα.

$$\text{Έτσι: } \omega = \omega_{\Pi} \Rightarrow \frac{v}{R} = \frac{v_{\Pi}}{2R} \Rightarrow v_{\Pi} = 2v \Rightarrow v_{\Pi} = 2\omega R \Rightarrow v_{\Pi} = \frac{20}{3} \text{ m/s}$$

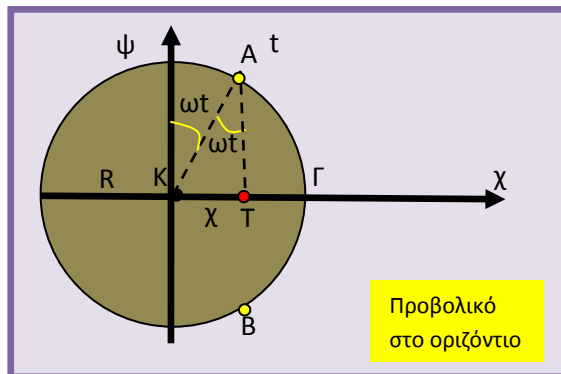
8)

A) Έστω ότι το σώμα βρίσκεται στη θέση Α την t οπότε η επιβατική ακτίνα έχει διαγράψει γωνία ωt από την $t=0$.

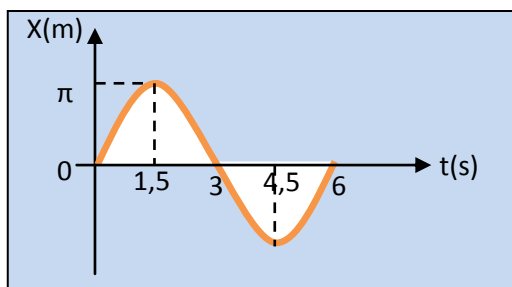
Τότε η προβολή του Α στον χ είναι το Τ και η θέση του στον χ , υπολογίζεται από το τρίγωνο ΑΤΚ.

$$x = (AK)\eta\mu\omega t \Rightarrow x = R\eta\mu\omega t \Rightarrow$$

$$x = \pi \eta\mu \frac{\pi}{3} t \quad (SI)$$

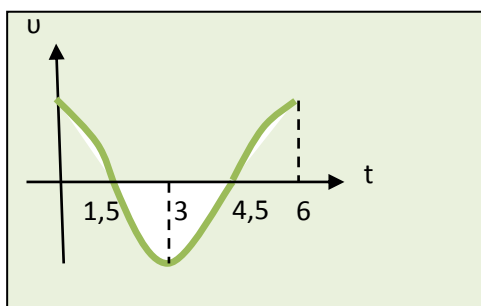


B)



$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\pi/3} = 6s$$

Γ)

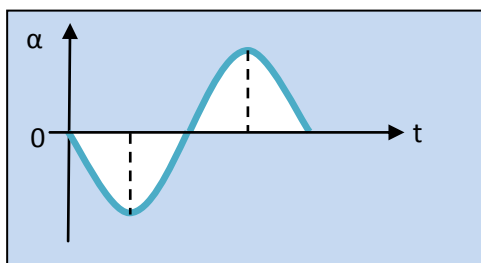


Επειδή $u=dx/dt$ συμπεραίνουμε ότι η κλίση κάθε χρονική στιγμή της $x-t$ εκφράζει την u

Έτσι τις $t=1,5$ & $4,5$ η κλίση της $x-t$ είναι μηδέν άρα και $u=0$

τις $t=0$ & 6 η κλίση της $x-t$ είναι μέγιστη θετική άρα και $u=+max$

την $t=3$ η κλίση της $x-t$ είναι μέγιστη αρνητική άρα και $u=-max$



Ομοίως,

επειδή $\alpha=du/dt$ συμπεραίνουμε ότι η κλίση της $u-t$ κάθε χρονική στιγμή εκφράζει την α

Έτσι τις $t=0-3$ & 6 η κλίση της $u-t$ είναι μηδέν άρα και $\alpha=0$

τις $t=4,5$ η κλίση της $u-t$ είναι μέγιστη θετική άρα και $\alpha=+max$

την $t=1,5$ η κλίση της $u-t$ είναι μέγιστη αρνητική άρα και $\alpha=-max$