

ΙΔΙΟ ΚΤΥΠΗΜΑ- ΣΠΡΩΞΙΑ (ΩΘΗΣΗ)

ΔΙΑΦΟΡΕΤΙΚΟ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑ

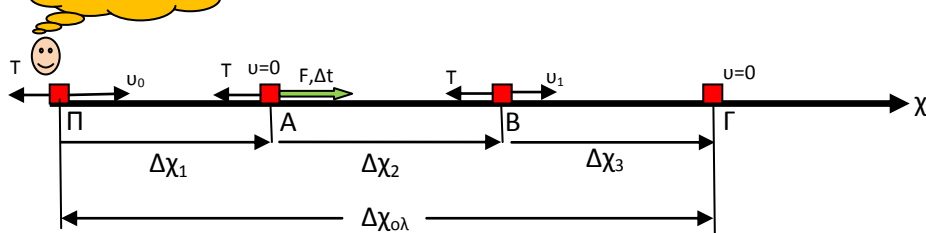
(Το πρόβλημα είναι παραλλαγή ενός προβλήματος που δημοσιεύθηκε από τον **Κώστα Ευταξία** στο **Φυσικό κόσμο** Τεύχος 122 (Δεκέμβρης 1989) με τον τίτλο «ΤΟ ΠΡΟΒΛΗΜΑ ΤΟΥ ΜΗΝΑ»)

Παρατηρητής Π βλέπει να περνά μπροστά του σώμα μάζας m με ταχύτητα u_0 ολισθαίνοντας σε οριζόντιο επίπεδο μη λείο χωρίς να δέχεται δύναμη στο επίπεδο ολίσθησης πέραν της τριβής ολίσθησης (T). Τη στιγμή που η ταχύτητα του σώματος μηδενίζεται το σώμα δέχεται σπρωξιά-κτύπημα-ώθηση (δύναμη για ορισμένο χρόνο) οριζόντια ίδιας φοράς με τη u_0 σταθερού μέτρου $F > T$ και διάρκειας Δt με αποτέλεσμα να σταματήσει την ολίσθηση ενώ η συνολική μετατόπιση είναι Δx . Σε μια δεύτερη, ανεξάρτητη της πρώτης **διαδικασία** το ίδιο σώμα περνά με την ίδια ταχύτητα u_0 μπροστά από τον παρατηρητή Π και την στιγμή εκείνη δέχεται την ίδια σπρωξιά ($F, \Delta t$), οπότε το σώμα σταματάει την ολίσθηση ενώ η συνολική μετατόπιση είναι $\Delta x'$.

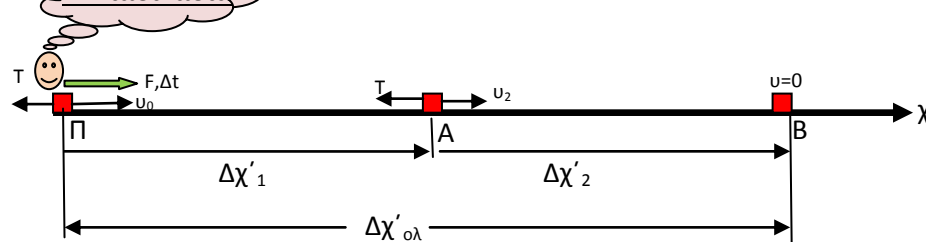
- 1) Να συγκριθούν να συγκριθούν οι μετατοπίσεις $\Delta x_{ολ}$ και $\Delta x'_{ολ}$.
- 2) Να συγκριθούν τα χρονικά διαστήματα $t_{ολ}$ και $t'_{ολ}$ από τη στιγμή που το σώμα περνά μπροστά από τον παρατηρητή μέχρι τελικά να σταματήσει.

1^η ΛΥΣΗ [Με εξισώσεις κίνησης (για μαθητές Α' & Β' Λυκείου)]

1) **1^η Διαδικασία**



2^η Διαδικασία



1^η Διαδικασία

Τμήμα ΠΑ : κίνηση ευθ/μη ομαλά επιβρ/νη με επιβ/νση: $\alpha_1 = T/m$

Ισχύουν: $\Delta x_1 = u_0 t - \frac{1}{2} \alpha_1 t^2$ (1) και $v = u_0 - \alpha_1 t \xrightarrow{v=0} t_1 = \frac{u_0}{\alpha_1}$ (2)

(1) $\xrightarrow{(2)}$ $\Delta x_1 = \frac{u_0^2}{2\alpha_1}$ (3)

Τμήμα ΑΒ : κίνηση ευθ/μη ομαλά επιταχ/νη με επιταχ/νση $\alpha_2 = F - T/m$

Ισχύουν: $\Delta\chi_2 = \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t^2$ (4) και $v_1 = \alpha_2 \Delta t$ (5)

Τμήμα ΒΓ : κίνηση ευθ/μη ομαλά επιβρ/νη με επιβ/νση : $\alpha_3 = \alpha_1 = T/m$

Ισχύει (όπως & για το $\Delta\chi_1$): $\Delta\chi_3 = \frac{v_1^2}{2\alpha_1} \rightarrow \Delta\chi_3 = \frac{1}{2\alpha_1} \alpha_2^2 \Delta t^2$ (6)

Άρα: $\Delta\chi_{ολ} = \Delta\chi_1 + \Delta\chi_2 + \Delta\chi_3$ & $\Delta\chi_{ολ} = \frac{v_0^2}{2\alpha_1} + \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t^2 + \frac{1}{2\alpha_1} \alpha_2^2 \Delta t^2$ (7)

2^η Διαδικασία

Τμήμα ΠΑ : κίνηση ευθ/μη ομαλά επιταχ/νη με επιταχ/νση $\alpha'_1 = \alpha_2 = F-T/m$

Ισχύουν: $\Delta\chi'_1 = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t^2$ (8) και $v_2 = v_0 + \alpha_2 \Delta t$ (9)

Τμήμα ΑΒ : κίνηση ευθ/μη ομαλά επιβρ/νη με επιβ/νση : $\alpha'_2 = \alpha_1 = T/m$

Ισχύει (όπως & για το $\Delta\chi_1$): $\Delta\chi'_2 = \frac{v_2^2}{2\alpha_1} \xrightarrow{(9)} \Delta\chi'_2 = \frac{1}{2\alpha_1} (v_0 + \alpha_2 \Delta t)^2 \rightarrow$

$\Delta\chi'_2 = \frac{v_0^2}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_1} \alpha_2^2 \Delta t^2 + \frac{v_0 \alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$ (9)

Άρα: $\Delta\chi'_{ολ} = \Delta\chi'_1 + \Delta\chi'_2$ & $\Delta\chi'_{ολ} = v_0 \Delta t + \frac{1}{2} \alpha_2 \Delta t^2 + \frac{v_0^2}{2\alpha_1} + \frac{1}{2\alpha_1} \alpha_2^2 \Delta t^2 + \frac{v_0 \alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$ (10)

Από τις (9) & (10) συμπεραίνουμε ότι : $\Delta\chi'_{ολ} = v_0 \Delta t + \frac{v_0 \alpha_2 \Delta t}{\alpha_1} + \Delta\chi_{ολ}$ άρα $\Delta\chi'_{ολ} > \Delta\chi_{ολ}$

2) 1^η Διαδικασία

Τμήμα ΠΑ: $v = v_0 - \alpha_1 t \xrightarrow{v=0} t_1 = \frac{v_0}{\alpha_1}$

Τμήμα ΑΒ: $t_2 = \Delta t$

Τμήμα ΒΓ: $v = v_1 - \alpha_1 t \xrightarrow{v=0} t_3 = \frac{v_1}{\alpha_1} \xrightarrow{(5)} t_3 = \frac{\alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$

$t_{ολ} = \frac{v_0}{\alpha_1} + \Delta t + \frac{\alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$

2^η Διαδικασία

Τμήμα ΠΑ: $t'_1 = \Delta t$

Τμήμα ΑΒ: $t'_2 = \frac{v_2}{\alpha_1} \xrightarrow{(9)} t'_2 = \frac{v_0 + \alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$

$t'_{ολ} = \frac{v_0}{\alpha_1} + \Delta t + \frac{\alpha_2 \Delta t}{\alpha_1}$ Άρα $t_{ολ} = t'_{ολ}$

2^η ΛΥΣΗ [Ενεργειακά (Θ.Μ.Κ.Ε)& με το γενικευμένο 2^ο νόμο ή(Θ.Ω.Ο !!) (για Β', Γ' Λυκείου)

1)

1^η Διαδικασία

$$\Theta.Μ.Κ.Ε : K_{\tau} - K_{\alpha} = \Sigma W \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -T \Delta \chi_{o\lambda} + F \Delta \chi_2 \quad (1)$$

2^η Διαδικασία

$$\Theta.Μ.Κ.Ε : K_{\tau} - K_{\alpha} = \Sigma W \rightarrow 0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -T \Delta \chi'_{o\lambda} + F \Delta \chi'_1 \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Από τις (1) \& (2) συνεπάγεται ότι: } & -T \Delta \chi_{o\lambda} + F \Delta \chi_2 = -T \Delta \chi'_{o\lambda} + F \Delta \chi'_1 \\ \rightarrow T(\Delta \chi'_{o\lambda} - \Delta \chi_{o\lambda}) &= F(\Delta \chi'_1 - \Delta \chi_2) \end{aligned}$$

Με βάση τις σχέσεις (4) & (8) από την 1^η λύση έχουμε: $\Delta \chi'_1 > \Delta \chi_2$

Άρα από την προηγούμενη σχέση προκύπτει ότι: $\Delta \chi'_{o\lambda} > \Delta \chi_{o\lambda}$

2)

1^η Διαδικασία

$$\Sigma F = \frac{\Delta P}{\Delta t} \rightarrow \Delta P = \Sigma F \cdot \Delta t \rightarrow P_{\tau} - P_{\alpha} = \Sigma F \cdot \Delta t$$

Αυτή τη σχέση εφαρμόζω για κάθε τμήμα κίνησης (Επειδή δεν γνωρίζω το Θ.Ω.Ο)

$$\text{ΠΑ: } 0 - m v_0 = -T t_1$$

$$\text{ΑΒ: } m v_1 - 0 = F \Delta t - T \Delta t$$

$$\text{ΒΓ: } 0 - m v_1 = -T t_3 \quad \text{Προσθέτοντας κατά μέλη τις τρεις σχέσεις έχουμε: } -m v_0 = F \Delta t - T t_{o\lambda}$$

2^η Διαδικασία

$$\text{ΠΑ: } m v_2 - m v_0 = F \Delta t - T \Delta t$$

$$\text{ΑΒ: } 0 - m v_2 = -T t_2$$

$$\text{Προσθέτοντας κατά μέλη τις δύο σχέσεις έχουμε: } -m v_0 = F \Delta t - T t'_{o\lambda}$$

$$\text{Συμπέρασμα : } t'_{o\lambda} = t_{o\lambda}$$

Παρατηρήσεις

1) Στο πρόβλημα με τη σπρωξιά αλληλεπιδρούμε & έχουμε προσφορά ορμής και ενέργειας προς το σώμα.

Και στις δύο διαδικασίες έχουμε λόγω της F προσφορά της ίδιας ποσότητας ορμής : $\Delta P = F \Delta t$ (η τριβή ούτως η άλλως υπάρχει και στις δυο διαδικασίες σ' όλη τη κίνηση)

Την προσφερόμενη ενέργεια μετρά το έργο της σταθερής F : ($W = FS$)

Στη δεύτερη διαδικασία $W'_F = F \Delta \chi'_1$. Στη πρώτη διαδικασία $W_F = F \Delta \chi_2$

Επειδή $\Delta \chi'_1 > \Delta \chi_2$ συμπεραίνουμε ότι $W'_F > W_F$ και δικαιολογείται έτσι, ότι το σώμα πάει πιο μακριά στη δεύτερη περίπτωση παρ'όλο που του προσφέραμε ίδια ορμή!

2) **Ορμή –κινητική ενέργεια** και **σπρωξιά(Ωθηση)–έργο** είναι όμορφα ζευγαράκια αλλά κάποιοι επιμένουν να τα χωρίζουν.

3) Φαίνεται η ευκολία της 2^{ης} λύσης.

Παντελεήμων Παπαδάκης