ΦΥΣΙΚΗ Β΄ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΘΕΤΙΚΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗΣ
ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗΣ

2

Θερμοδυναμική

Επιμέλεια
Παρασύρης Κώστας
-Φυσικός-

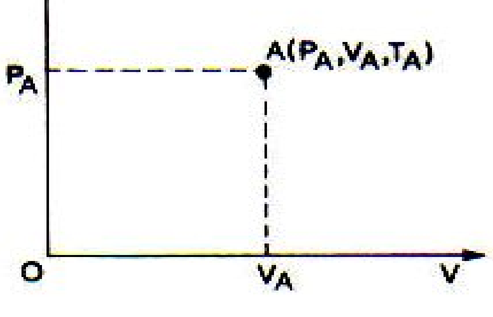
1. Θερμοδυναμικό σύστημα – Αντιστρεπτές και μη αντιστρεπτές μεταβολές

- **Σύστημα** είναι ένα τμήμα του φυσικού κόσμου που διαχωρίζεται από τον υπόλοιπο κόσμο με πραγματικά ή νοητά τοιχώματα. Ο υπόλοιπος φυσικός κόσμος αποτελεί το **περιβάλλον του συστήματος**. Για παράδειγμα, σύστημα μπορεί να είναι το αέριο που περιέχεται σ' ένα κυλινδρικό δοχείο και περιβάλλον ένα κινητό έμβολο και ένας λύχνος.
- **Θερμοδυναμικό** χαρακτηρίζεται το σύστημα που για την περιγραφή του χρησιμοποιούνται θερμοδυναμικά μεγέθη, όπως η θερμότητα, η θερμοκρασία, η εσωτερική ενέργεια κ.ά.. Το θερμοδυναμικό σύστημα όταν αλληλεπιδρά με το περιβάλλον, ανταλλάσσει με αυτό ενέργεια μέσω έργου και μέσω ροής θερμότητας (π.χ. ποσότητα αερίου σε δοχείου).
- **Θερμικά μονωμένο** ή απλά **μονωμένο** χαρακτηρίζεται ένα σύστημα (εδώ αέριο σε δοχείο) αν τα τοιχώματα του δοχείου στο οποίο περιέχεται δεν επιτρέπουν τη μεταφορά θερμότητας από το αέριο προς το περιβάλλον ή αντίστροφα.
- **Θερμοδυναμικές μεταβλητές** ονομάζουμε τα μεγέθη με τα οποία περιγράφουμε την κατάσταση ενός θερμοδυναμικού συστήματος (π.χ. για αέριο: P, V, T, m, n, d).
- Όταν ένα θερμό και ένα ψυχρό σώμα έρθουν σε επαφή, το θερμό σώμα ψύχεται και το ψυχρό θερμαίνεται, μέχρι να αποκτήσουν και τα δύο την ίδια θερμοκρασία. Αυτή η εξισορρόπηση οφείλεται σε ροή θερμότητας από το θερμότερο προς το ψυχρότερο σώμα. Όταν αυτή η ροή θερμότητας έχει σταματήσει, λέμε ότι τα δύο σώματα βρίσκονται σε **θερμική ισορροπία**.

Ένα σύστημα λοιπόν βρίσκεται σε κατάσταση **θερμικής ισορροπίας** όταν η θερμοκρασία του έχει την ίδια σταθερή τιμή σ' όλη την έκταση του όγκου του.

- Ένα σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση **θερμοδυναμικής ισορροπίας** όταν οι θερμοδυναμικές μεταβλητές που περιγράφουν την κατάστασή του διατηρούνται σταθερές με το χρόνο σ' όλη την έκταση του όγκου του.

Η κατάσταση θερμοδυναμικής ισορροπίας μιας ορισμένης ποσότητας ενός αερίου παριστάνεται στο διάγραμμα πίεσης – όγκου (διάγραμμα P-V) με ένα σημείο, όπως π.χ. το σημείο $A(P_A, V_A, T_A)$ του διπλανού σχήματος.



Αντιστρεπτές και μη αντιστρεπτές μεταβολές

Αντιστρεπτή μεταβολή ενός συστήματος ονομάζουμε τη μεταβολή που αποτελείται από μια σειρά διαδοχικών καταστάσεων ισορροπίας και μπορεί να διαγραφεί και κατά τις δυο φορές με αντίστροφους χειρισμούς.
Κάθε μεταβολή που, σύμφωνα με τον παραπάνω ορισμό, δεν είναι αντιστρεπτή την ονομάζουμε **μη αντιστρεπτή** μεταβολή.
Μια μεταβολή είναι αντιστρεπτή, όταν:
α) Πραγματοποιείται παρά πολύ αργά (θεωρητικά σε άπειρο χρόνο).
Με τον τρόπο αυτό εξασφαλίζεται ότι το σύστημα βρίσκεται διαρκώς σε κατάσταση ισορροπίας.
β) Δεν υπάρχουν δυνάμεις τριβής.

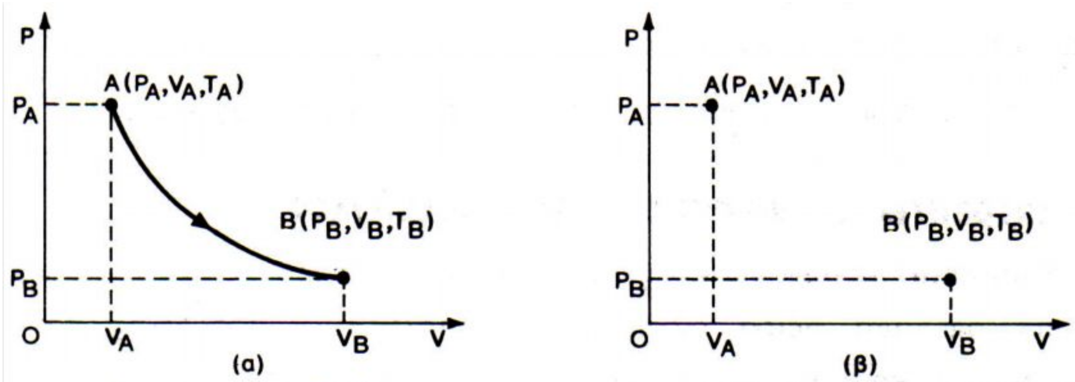
Κάθε πραγματική μεταβολή είναι μη αντιστρεπτή, γιατί έχει τα πιο κάτω χαρακτηριστικά:
α) Οι συνθήκες θερμοδυναμικής ισορροπίας δεν υπάρχουν.
β) Η μεταβολή συνοδεύεται με απώλεια ενέργειας υπό μορφή τριβών, μη ελαστικών φαινόμενων κ.λπ.
Παραδείγματα μη αντιστρεπτών μεταβολών είναι:
1) Πλαστική κρούση (ή γενικά ανελαστική).
2) Καύση (γενικά).
3) Ανάμιξη δύο ή περισσότερων διαφορετικών αερίων.
4) Ελεύθερη εκτόνωση αερίου.
5) Ανάπτυξη οργανισμών (ζώων, φυτών).
6) Η θερμότητα που αναπτύσσεται λόγω τριβής.
7) Ροή ρεύματος σε ωμική αντίσταση.
8) Ανταλλαγή θερμότητας λόγω διαφοράς θερμοκρασίας.

Υπάρχουν, όμως παραδείγματα, στα οποία προσεγγίζεται η αντιστρεπτή διαδικασία. Τέτοια παραδείγματα είναι:
Η βραδεία συμπίεση ενός αερίου με τη βοήθεια εμβόλου που κινείται χωρίς τριβές.
Η βραδεία προσφορά μικρών ποσών θερμότητας σ' ένα δοχείο που περιέχει νερό και πάγο σε θερμοκρασία 0°C.

Κατά την αντιστρεπτή μεταβολή του συστήματος όταν αντιστραφεί, τότε τόσο το σύστημα όσο και το περιβάλλον επανέρχονται στην αρχική τους κατάσταση.

Γραφική παράσταση αντιστρεπτής και μη αντιστρεπτής μεταβολής

Θεωρούμε τη μεταβολή μιας ποσότητας αερίου από την αρχική κατάσταση $A(P_A,V_A,T_A)$ στην τελική κατάσταση $B(P_B,V_B,T_B)$. Σ' ένα διάγραμμα P-V, η μεταβολή AB του αερίου παριστάνεται γραφικά:
α) Με μια συνεχή γραμμή, όταν η μεταβολή είναι αντιστρεπτή, αφού όλες οι ενδιάμεσες καταστάσεις είναι καταστάσεις ισορροπίας του αερίου (σχήμα α).
β) Με τα δύο σημεία A και B, όταν η μεταβολή είναι μη αντιστρεπτή, αφού μόνο οι καταστάσεις A και B είναι καταστάσεις ισορροπίας του αερίου (σχήμα β).



(α) Αντιστρεπτή μεταβολή

(β) Μη αντιστρεπτή μεταβολή

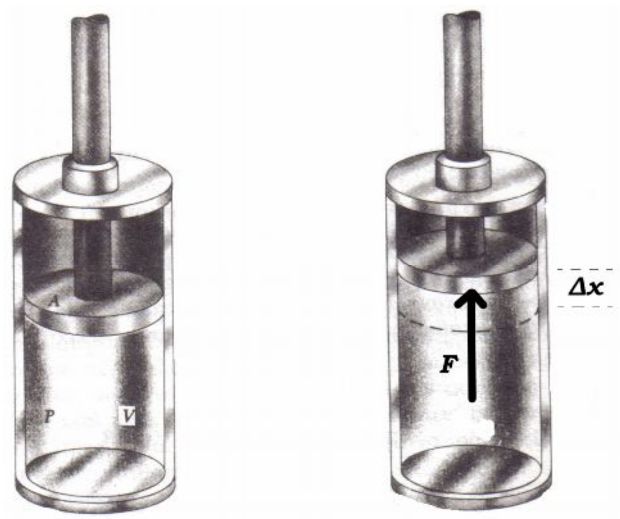
2. Έργο

Θεωρήστε ότι ένα αέριο βρίσκεται μέσα σε ένα κυλινδρικό δοχείο του οποίου το άνοιγμα κλείνεται με ένα κινητό έμβολο. Όταν το αέριο ισορροπεί, έχει όγκο **V** και ασκεί πίεση **P** στα τοιχώματα του δοχείου και στο έμβολο. Αν υποθέσουμε ότι η διατομή του εμβόλου έχει επιφάνεια **A**, τότε η δύναμη που ασκεί το αέριο στο έμβολο ισούται με **F = PA**. Ας υποθέσουμε τώρα ότι το αέριο εκτονώνεται **σχεδόν στατικά,** δηλαδή σιγά-σιγά, έτσι ώστε το σύστημα να βρίσκεται πάντοτε σε θερμική ισορροπία. Καθώς το έμβολο κινείται προς τα επάνω καλύπτοντας απόσταση Δx, το αέριο παράγει έργο πάνω στο έμβολο ίσο με

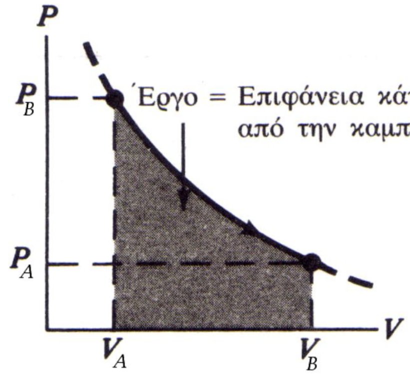
$$W = F\,\Delta x = PA\,\Delta x$$

Αλλά το γινόμενο A Δx ισούται με την αύξηση ΔV του όγκου του αερίου. Ξαναγράφουμε λοιπόν το έργο ως

$$W = P\,\Delta V$$



Ο παραπάνω τύπος μας δίνει λοιπόν το έργο που παράγει το αέριο και σε διάγραμμα P – V θα παριστάνεται από το εμβαδόν που περικλείεται:
α) Από την καμπύλη μεταβολής του αερίου.
β) Από τον άξονα των όγκων.
γ) Από τις δύο παράλληλες στα σημεία του αρχικού και τελικού όγκου, όπως φαίνεται στο σχήμα.



<u>Το πρόσημο του έργου</u>

α) Το έργο είναι **θετικό**, όταν δίνεται από το σύστημα στο περιβάλλον, ή όταν εκφράζει μεταφορά ενέργειας από το σύστημα στο περιβάλλον.
$W > 0 \Rightarrow \Delta V > 0 \Rightarrow V_B - V_A > 0 \Rightarrow V_B > V_A$ (**εκτόνωση αερίου**)
β) Το έργο είναι **αρνητικό**, όταν δίνεται από το περιβάλλον στο σύστημα, ή όταν εκφράζει μεταφορά ενέργειας από το περιβάλλον στο σύστημα.
$W < 0 \Rightarrow \Delta V < 0 \Rightarrow V_B - V_A < 0 \Rightarrow V_B < V_A$ (**συμπίεση αερίου**)
γ) $W = 0 \Rightarrow \Delta V = 0 \Rightarrow V_B - V_A = 0 \Rightarrow V_B = V_A$
Επομένως το έργο του αερίου είναι μηδέν κατά την ισόχωρη μεταβολή.

<u>Σημείωση 1</u> : Στη θερμοδυναμική, το έργο εκφράζει την ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ ενός συστήματος και του περιβάλλοντός του, δηλαδή ενέργεια που διασχίζει το σύνορο που χωρίζει το σύστημα και το περιβάλλον.
<u>Σημείωση 2</u> : Το έργο του αερίου μπορεί να βρεθεί υπολογίζοντας το εμβαδόν κάτω από την καμπύλη της μεταβολής στις αντιστρεπτές μεταβολές, γιατί μόνο αυτές οι μεταβολές μπορούν να παρασταθούν στο διάγραμμα P – V με συνεχή καμπύλη.
<u>Σημείωση 3</u> : Το έργο που παράγει ένα σύστημα εξαρτάται από τη διεργασία η οποία ακολουθείται ώστε αυτό να περάσει από την αρχική κατάσταση στην τελική. Με άλλα λόγια, το έργο που παράγεται εξαρτάται από την αρχική, την τελική και τις ενδιάμεσες καταστάσεις του συστήματος.

3. Θερμότητα – Γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες αερίων

Θερμότητα ονομάζουμε τη ενέργεια που μεταφέρεται από ένα σύστημα στο περιβάλλον του, ή αντίστροφα, εξαιτίας της διαφοράς θερμοκρασίας τους.
Η θερμότητα δεν χαρακτηρίζει την κατάσταση ισορροπίας ενός συστήματος. Έτσι:

α) Όταν το σύστημα βρίσκεται σε κατάσταση ισορροπίας, δεν έχει νόημα η φράση ''το σύστημα έχει θερμότητα''.
β) Όταν το σύστημα μεταβαίνει από την αρχική κατάσταση ισορροπίας Α σε μια τελική κατάσταση ισορροπίας Β, δεν έχει νόημα η φράση η μεταβολή της θερμότητας του συστήματος είναι $\Delta Q = Q_B - Q_A$.

Εμφανίζεται μόνο κατά τη διάρκεια μιας μεταβολής και η τιμή της εξαρτάται όχι μόνο από την αρχική και την τελική κατάσταση ισορροπίας του συστήματος, αλλά και από τον τρόπο που έγινε η μεταβολή. **Η θερμότητα είναι θετική όταν δίνεται από το περιβάλλον στο σύστημα και αρνητική όταν δίνεται από το σύστημα στο περιβάλλον.**
Μονάδα της θερμότητας στο S.I. είναι το **1 Joule**. Συχνά χρησιμοποιείται και η μονάδα **1 cal** (1 θερμίδα) που δεν ανήκει σε κανένα σύστημα μονάδων. Ισχύει:

1 cal = 4,186 Joule

<u>Προσοχή</u> : Δε πρέπει να συγχέουμε τη θερμότητα με τη θερμοκρασία. Η θερμότητα είναι ενέργεια ενώ η θερμοκρασία είναι το μέγεθος με το οποίο μετράμε πόσο ένα σώμα είναι κρύο ή ζεστό. Άρα τα κοινά θερμόμετρα δεν μετράνε θερμότητα αλλά θερμοκρασία, γι' αυτό κανονικά πρέπει να λέγονται θερμοκρασιόμετρα.

<u>Θεμελιώδης νόμος της θερμιδομετρίας</u>
Η θερμότητα Q που προσφέρεται σ' ένα σώμα δίνεται από τη σχέση

$$Q = mc\,\Delta T$$

όπου m είναι η μάζα του σώματος, ΔΤ η αύξηση της θερμοκρασίας του σώματος και c μια σταθερή που ονομάζεται ειδική θερμότητα και εξαρτάται από το υλικό του σώματος.
Η παραπάνω σχέση γράφεται

$$c = \frac{Q}{m\,\Delta T}$$

Αν είναι m=1 Kgr και ΔΤ = 1 °K, τότε η τελευταία σχέση δίνει $c \overset{\text{αριθμητικά}}{=} Q$
Δηλαδή, η ειδική θερμότητα εκφράζει αριθμητικά τη θερμότητα που πρέπει να προσφέρουμε στη μονάδα μάζας ενός σώματος, για ν' αυξηθεί η θερμοκρασία της κατά 1°K.
Αν στη σχέση $Q = mc\,\Delta T$ βάλουμε όπου $m=n\cdot M$ και $C=c\cdot M$ όπου C η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα, έχουμε

$$Q = nC\,\Delta T$$

όπου n ο αριθμός των mol του σώματος, ΔΤ η αύξηση της θερμοκρασίας του σώματος και C μια σταθερή που ονομάζεται γραμμομοριακή ειδική θερμότητα και εξαρτάται από το υλικό του σώματος.
Η παραπάνω σχέση γράφεται

$$C = \frac{Q}{n\,\Delta T}$$

Αν είναι n=1 mol και ΔΤ = 1 °K, τότε η τελευταία σχέση δίνει $C \overset{\text{αριθμητικά}}{=} Q$
Δηλαδή, η γραμμομοριακή ειδική θερμότητα εκφράζει αριθμητικά τη θερμότητα που πρέπει να προσφέρουμε σε 1 mol ενός σώματος, για ν' αυξηθεί η θερμοκρασία του κατά 1°K.
Μονάδα της γραμμομοριακής ειδικής θερμότητας στο σύστημα S.I. είναι το $\mathbf{1\ J/mol\ ^oK}$.

Αν το σώμα που εξετάζουμε είναι αέριο, τότε επειδή μπορούμε να του προσφέρουμε θερμότητα με δύο τρόπους, υπό σταθερό όγκο και υπό σταθερή πίεση, θα έχει δύο γραμμομοριακές ειδικές θερμότητες.
α) Την γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερό όγκο $\mathbf{C_v}$.
β) Την γραμμομοριακή ειδική θερμότητα υπό σταθερή πίεση $\mathbf{C_p}$.
Έτσι η θερμότητα που προσφέρεται στο αέριο υπό σταθερό όγκο και υπό σταθερή πίεση είναι αντίστοιχα

$$\mathbf{Q = nC_v\,\Delta T} \text{ και } \mathbf{Q = nC_p\,\Delta T}$$

Ο λόγος των δύο γραμμομοριακών ειδικών θερμοτήτων συμβολίζεται με $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$.

*<u>Ποιοτική σύγκριση έργου και θερμότητας</u>
α) Έργο και θερμότητα είναι μεταβλητές μεταβολής, δηλαδή αναφέρονται μόνο σε μεταβολές κατάστασης. Και τα δύο εκφράζουν ποσά ενέργειας, που μεταφέρονται από ένα σύστημα στο περιβάλλον του και αντίστροφα, ενώ δεν έχουν νόημα για ένα μονωμένο σύστημα.
β) Το έργο εκφράζει το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται, επειδή μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος ασκείται δύναμη, ενώ η θερμότητα εκφράζει το ποσό της ενέργειας που μεταφέρεται, επειδή μεταξύ συστήματος και περιβάλλοντος υπάρχει διαφορά θερμοκρασίας.
γ) Έργο και θερμότητα εξαρτώνται από το δρόμο που ακολουθεί το σύστημα, κατά τη μετάβασή του από μια κατάσταση Α σε μια κατάσταση Β.
δ) Το έργο είναι θετικό όταν δίνεται από το σύστημα στο περιβάλλον και αρνητικό όταν δίνεται από το περιβάλλον στο σύστημα ενώ η θερμότητα το αντίθετο.

4. Εσωτερική ενέργεια

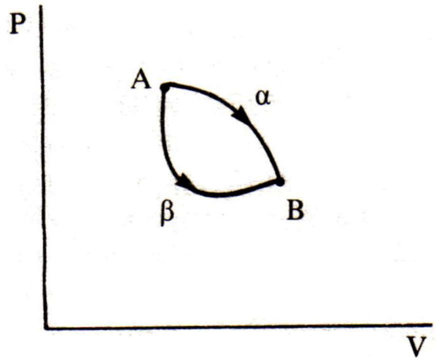
Εσωτερική ενέργεια U ενός συστήματος ονομάζουμε το άθροισμα των ενεργειών που έχουν οι δομικοί λίθοι του συστήματος λόγω της κίνησής τους και λόγω της θέσης τους, δηλαδή

$$\mathbf{U = K_{KIN,\mu o\rho i\omega\nu} + E_{\Delta YN,\mu o\rho i\omega\nu}}$$

Η εσωτερική ενέργεια είναι ένα μέγεθος του οποίου μόνο οι μεταβολές μας ενδιαφέρουν.

Η εσωτερική ενέργεια αερίου έχει δύο σημαντικές ιδιότητες:

α) η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας μεταξύ δυο καταστάσεων ισορροπίας Α και Β εξαρτάται μόνο από τις καταστάσεις αυτές και όχι από τον τρόπο με τον οποίο έγινε η μεταβολή από το Α στο Β. Πράγματι, ας θεωρήσουμε τις μεταβολές α και β ενός αερίου, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα, που συνδέουν δυο καταστάσεις ισορροπίας Α και Β. Όπως μπορεί να αποδειχθεί η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU του αερίου είναι ίδια και στις δυο μεταβολές α και β.



$$\Delta U_\alpha = \Delta U_\beta$$

Ακριβώς όπως η δυναμική ενέργεια ενός σώματος στο πεδίο βαρύτητας είναι συνάρτηση μόνο της θέσης του και επομένως η μεταβολή της μεταξύ δυο θέσεων δεν εξαρτάται από το δρόμο που ενώνει αυτές τις θέσεις, έτσι και η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας εξαρτάται **μόνο** από την αρχική κατάσταση Α και τελική κατάσταση Β και όχι από τον τρόπο με τον οποίο έγινε η μεταβολή από το Α στο Β.

β) Στις συνήθεις συνθήκες, το αέριο έχει χαμηλή πυκνότητα, έτσι οι μεταξύ των μορίων δυνάμεις θεωρούνται αμελητέες και τότε $E_{\Delta YN,\mu o\rho i\omega\nu} = 0$. Σ' αυτές τις συνθήκες η εσωτερική ενέργεια είναι συνάρτηση της θερμοκρασίας και της μάζας του αερίου.

$$U = K_{KIN,\mu o\rho i\omega\nu} = f(m,T)$$

<u>Εσωτερική ενέργεια ιδανικού αερίου</u>

Κάτι ανάλογο θα ισχύει και στο ιδανικό αέριο, δηλαδή $U = K_{KIN,\mu o\rho i\omega\nu}$ και επομένως είναι δυνατόν να υπολογιστεί:

$$U = N\,\overline{K} = N\frac{3}{2}kT \Rightarrow \mathbf{U = \frac{3}{2}NkT}$$

Όμως για τη σταθερά του Boltzmann ισχύει $k = \dfrac{R}{N_A}$ οπότε έχουμε

$$U = \frac{3}{2} N \frac{R}{N_A} T \Rightarrow \mathbf{U = \frac{3}{2} nRT}$$

αφού $\dfrac{N}{N_A} = n$, ο αριθμός των moles του αερίου.

Από τις παραπάνω σχέσεις συμπεραίνουμε ότι η εσωτερική ενέργεια ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου εξαρτάται μόνο από τη θερμοκρασία του και μάλιστα ανάλογη αυτής.

Επομένως αν μια ορισμένη ποσότητα *n mol* ιδανικού αερίου η οποία βρίσκεται αρχικά σε μια κατάσταση ισορροπίας Α μεταβεί μέσω μιας διεργασίας σε μια κατάσταση ισορροπίας Β, τότε η μεταβολή της εσωτερικής του ενέργειας εξαρτάται μόνο από τη μεταβολή της θερμοκρασίας του, δηλαδή:

$$\Delta U = U_B - U_A = \frac{3}{2} nRT_B - \frac{3}{2} nRT_A = \frac{3}{2} nR(T_B - T_A) \Rightarrow \mathbf{\Delta U = \frac{3}{2} nR\, \Delta T}$$

Άρα η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας είναι μηδέν τόσο στην ισόθερμη όσο και στην κυκλική μεταβολή, αφού $T_A = T_B$.

$$\mathbf{\Delta U = 0} \Rightarrow \begin{cases} \textbf{ισόθερμη μεταβολή} \\ \textbf{κυκλική μεταβολή} \end{cases}$$

5. 1ος θερμοδυναμικός νόμος

Ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος εκφράζει την αρχή διατήρησης της ενέργειας προσαρμοσμένη στις μεταβολές ενός θερμοδυναμικού συστήματος και διατυπώνεται ως εξής:

*Η θερμότητα **Q**, δηλαδή η ενέργεια που μεταφέρεται σ' ένα σύστημα από το περιβάλλον λόγω διαφοράς θερμοκρασίας, είναι ίση με το άθροισμα της μεταβολής της εσωτερικής ενέργειας του συστήματος **ΔU** και της ενέργειας που μεταφέρεται μέσω έργου **W** από το σύστημα στο περιβάλλον.*

$$\mathbf{Q = \Delta U + W}$$

Ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος ισχύει **για κάθε μεταβολή** που γίνεται μεταξύ καταστάσεων ισορροπίας, ανεξάρτητα από το αν οι ενδιάμεσες καταστάσεις είναι καταστάσεις ισορροπίας ή όχι. Δηλαδή ισχύει τόσο για αντιστρεπτές όσο και για μη αντιστρεπτές μεταβολές. Κατά την εφαρμογή του πρέπει να έχουμε υπόψη μας ότι:

Η θερμότητα Q:

α) Θεωρείται θετική ($Q > 0$), όταν μεταφέρεται από το περιβάλλον στο σύστημα.

β) Θεωρείται αρνητική ($Q < 0$), όταν μεταφέρεται από το σύστημα στο περιβάλλον.

Το έργο W:
α) Θεωρείται θετικό (W > 0), κατά την εκτόνωση του συστήματος.
β) Θεωρείται αρνητικό (W < 0), κατά τη συμπίεση του συστήματος.
Η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας ΔU:
α) Είναι θετική (ΔU > 0), όταν η εσωτερική ενέργεια του συστήματος αυξάνεται (δηλαδή όταν αυξάνεται η θερμοκρασία του).
β) Είναι αρνητική (ΔU < 0), όταν η εσωτερική ενέργεια του συστήματος ελαττώνεται (δηλαδή όταν ελαττώνεται η θερμοκρασία του).

Σημείωση: Ο 1ος θερμοδυναμικός νόμος είναι ένας εμπειρικός νόμος και δεν αποδεικνύεται.

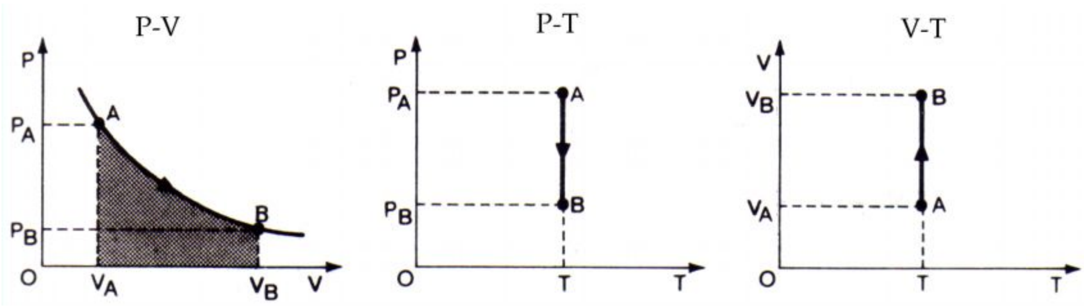
6. Μεταβολές ιδανικών αερίων

A) *Ισόθερμη μεταβολή* $\boxed{\mathbf{T = σταθερό}}$

Νόμος : $\boxed{\mathbf{PV = σταθερό \Rightarrow P_A V_A = P_B V_B}}$ (νόμος του Boyle)

Καταστατική εξίσωση : $PV = nRT = σταθερό$

Γραφικές παραστάσεις A→B ισόθερμη εκτόνωση



Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας : $\boxed{\mathbf{\Delta U = U_B - U_A = 0}}$ (T = σταθερό)

Έργο : $\boxed{\mathbf{W = nRT\ell n\frac{V_B}{V_A}}}$

1ος θερμοδυναμικός νόμος : $Q = \Delta U + W \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = W}}$ (αφού ΔU=0)

Χρήσιμοι τύποι : $\boxed{\mathbf{P_A V_A = P_B V_B = nRT}}$ $\boxed{\mathbf{\frac{P_A}{P_B} = \frac{V_B}{V_A}}}$

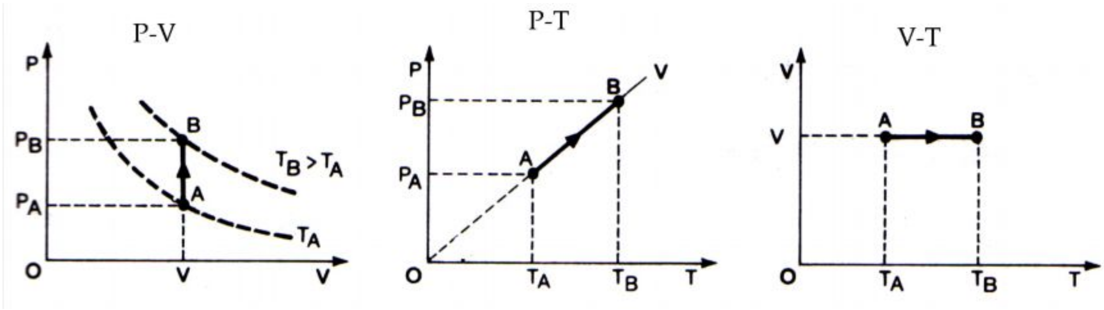
$$\boxed{\mathbf{W = nRT\ell n\frac{P_A}{P_B} = P_A V_A \ell n\frac{P_A}{P_B} = P_A V_A \ell n\frac{V_B}{V_A} = P_B V_B \ell n\frac{P_A}{P_B} = P_B V_B \ell n\frac{V_B}{V_A}}}$$

B) *Ισόχωρη μεταβολή* $\boxed{\mathbf{V = σταθερό}}$

Νόμος : $\boxed{\mathbf{\frac{P}{T} = σταθερό \Rightarrow \frac{P_A}{T_A} = \frac{P_B}{T_B}}}$ (νόμος του Charles)

Καταστατική εξίσωση : $PV = nRT \Rightarrow \frac{P}{T} = \frac{nR}{V} = σταθερό$

Γραφικές παραστάσεις Α→Β ισόχωρη θέρμανση



Έργο : $\boxed{W = 0}$

Θερμότητα : $\boxed{Q = nC_V \Delta T}$

1ος θερμοδυναμικός νόμος : $Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U = Q \Rightarrow$ $\boxed{\Delta U = nC_V \Delta T}$

Παρατήρηση : Αφού ΔU ανεξάρτητη του είδους της μεταβολής συμπεραίνουμε ότι για κάθε μεταβολή θα ισχύει $\boxed{\Delta U = nC_V \Delta T}$.

Χρήσιμοι τύποι :

$$\left.\begin{aligned} P_A V &= nRT_A \\ P_B V &= nRT_B \end{aligned}\right\} \Rightarrow (P_B - P_A)V = nR(T_B - T_A) \Rightarrow \quad \boxed{V\,\Delta P = nR\,\Delta T}$$

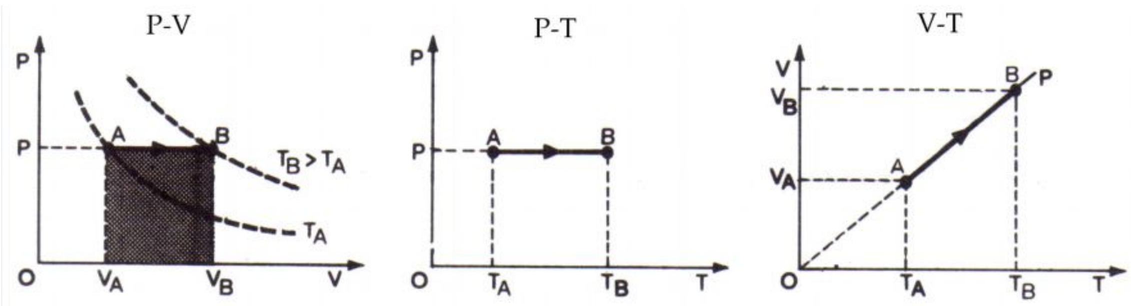
$$\Delta U = Q = nC_V \Delta T \Rightarrow \boxed{\Delta U = Q = \frac{C_V}{R} V\,\Delta P}$$

Γ) *Ισοβαρής μεταβολή* $\boxed{P = \text{σταθερό}}$

Νόμος : $\boxed{\frac{V}{T} = \text{σταθερό} \Rightarrow \frac{V_A}{T_A} = \frac{V_B}{T_B}}$ (νόμος του Gay-Lussac)

Καταστατική εξίσωση : $PV = nRT \Rightarrow \frac{V}{T} = \frac{nR}{P} = \text{σταθερό}$

Γραφικές παραστάσεις Α→Β ισόβαρής εκτόνωση



Θερμότητα : $\boxed{\mathbf{Q = nC_P\Delta T}}$

Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας : $\boxed{\mathbf{\Delta U = nC_V\Delta T}}$

Έργο : $\boxed{\mathbf{W = P\,\Delta V = P\left(V_B - V_A\right)}}$

1ος θερμοδυναμικός νόμος : $Q = \Delta U + W$

Χρήσιμοι τύποι :

$$\left.\begin{aligned} PV_A &= nRT_A \\ PV_B &= nRT_B \end{aligned}\right\} \Rightarrow P(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \Rightarrow \boxed{\mathbf{P\,\Delta V = nR\,\Delta T}}$$

$$\boxed{\mathbf{W = P\,\Delta V = nR\,\Delta T}}$$

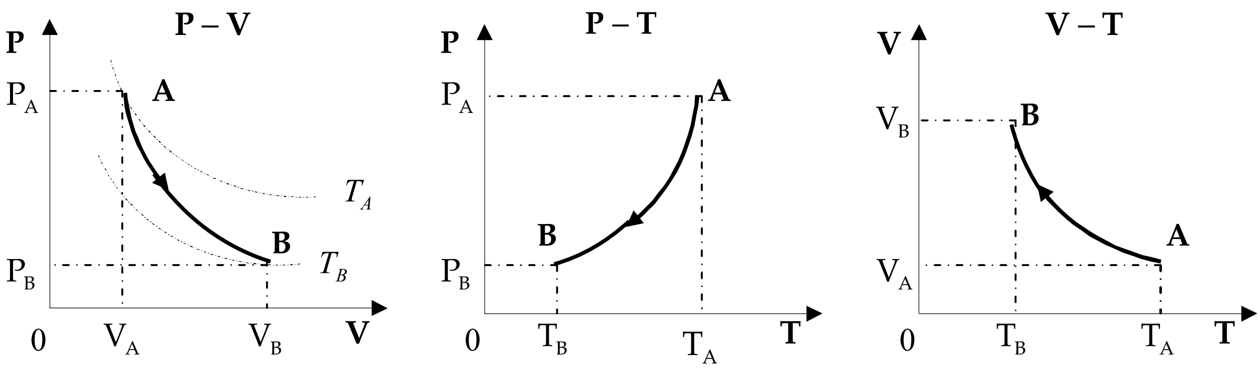
$$\boxed{\mathbf{Q = nC_P\Delta T = \frac{C_P}{R}P\,\Delta V}} \quad \boxed{\mathbf{\Delta U = nC_V\Delta T = \frac{C_V}{R}P\,\Delta V}}$$

Δ) *Αδιαβατική μεταβολή* $\boxed{\mathbf{Q = 0}}$

Νόμος : $\boxed{\mathbf{PV^{\gamma} = σταθερό \Rightarrow P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma}}}$ (νόμος Poisson)

$\boxed{\gamma = \frac{\mathbf{C_P}}{\mathbf{C_V}}}$ όπου $1 < \gamma < 2$

Γραφικές παραστάσεις A→B αδιαβατική εκτόνωση ή ψύξη



Θερμότητα : $\boxed{\mathbf{Q = 0}}$

Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας : $\boxed{\mathbf{\Delta U = nC_V\Delta T}}$

Έργο : $\boxed{\mathbf{W = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{1-\gamma}}}$

1ος θερμοδυναμικός νόμος : $Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U + W = 0 \Rightarrow \boxed{\mathbf{W = -\Delta U}}$

Χρήσιμοι τύποι :

$$\textbf{1)}\ P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow \left(\frac{nRT_A}{V_A}\right) V_A^{\gamma} = \left(\frac{nRT_B}{V_B}\right) V_B^{\gamma} \Rightarrow \boxed{\mathbf{T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}}}$$

$$\textbf{2)}\ P_A V_A^{\gamma} = P_B V_B^{\gamma} \Rightarrow P_A \left(\frac{nRT_A}{P_A}\right)^{\gamma} = P_B \left(\frac{nRT_B}{P_B}\right)^{\gamma} \Rightarrow P_A \frac{T_A^{\gamma}}{P_A^{\gamma}} = P_B \frac{T_B^{\gamma}}{P_B^{\gamma}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{P_A^{1-\gamma} T_A^{\gamma} = P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma}}}$$

$$\textbf{3)}\ W = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{1-\gamma} \Rightarrow W = \frac{nRT_B - nRT_A}{1-\gamma} \Rightarrow \boxed{\mathbf{W = \frac{nR\,\Delta T}{1-\gamma}}}$$

<u>Παρατήρηση</u> : Οι αδιαβατικές καμπύλες στο διάγραμμα P-V είναι πιο απότομες από τις ισόθερμες.

<u>Απόδειξη</u>

Κατά την αδιαβατική εκτόνωση ΑΒ από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow \Delta U + W = 0 \Rightarrow \Delta U = \text{-}W \overbrace{\Rightarrow}^{W>0} nC_V \Delta T < 0 \Rightarrow \Delta T < 0 \Rightarrow$$

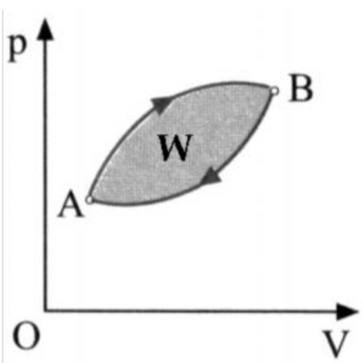
$T_B - T_A < 0 \Rightarrow T_B < T_A$ οπότε το αέριο ψύχεται.

Έτσι η καμπύλη ΑΒ τέμνει τις ισόθερμες T_A, T_B είναι δηλαδή πιο απότομη από αυτές.

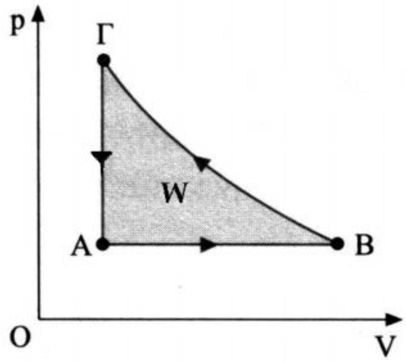
Ε) *Κυκλική μεταβολή*

Κυκλική ονομάζεται η μεταβολή ορισμένης ποσότητας ιδανικού αερίου, η οποία ξεκινάει από μια κατάσταση ισορροπίας Α και τερματίζεται στην ίδια κατάσταση.

π.χ.



(α)



(β)

<u>Μεταβολή εσωτερικής ενέργειας</u> : $\boxed{\mathbf{\Delta U = 0}}$ $(\Delta U = U_A - U_A = 0)$

Ειδικά για την (β) περίπτωση $\Delta U = 0 \Rightarrow \Delta U_{AB} + \Delta U_{B\Gamma} + \Delta U_{\Gamma A} = 0$

Έργο : $\boxed{W = \Sigma P\,\Delta V}$ (= Εμβαδόν που περικλείεται στην κλειστή γραμμή της μεταβολής στο διάγραμμα P-V)
Ειδικά για την (β) περίπτωση $W = W_{AB} + W_{B\Gamma} + W_{\Gamma A}$

Παρατήρηση

- Το έργο είναι θετικό (W>0) αν η γραφική παράσταση της μεταβολής πραγματοποιείται κατά τη φορά των δεικτών του ρολογιού π.χ. (α) περίπτωση.
- Το έργο είναι αρνητικό (W<0) αν η γραφική παράσταση της μεταβολής πραγματοποιείται κατά την αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού π.χ. (β) περίπτωση.

Θερμότητα : $Q = \Delta U + W \Rightarrow \boxed{\mathbf{Q = W}}$
Ειδικά για την (β) περίπτωση $Q = Q_{AB} + Q_{B\Gamma} + Q_{\Gamma A}$

Προσοχή : Q το συνολικό ποσό θερμότητας που ανταλλάσει το αέριο με το περιβάλλον ή αλλιώς το καθαρό πόσο θερμότητας που προσφέρεται στο αέριο.

7. Απόδειξη της σχέσης $C_P = C_V + R$ - Υπολογισμός C_P και C_V

Έστω αέριο που μεταβαίνει από μια κατάσταση Α σε μια κατάσταση Β με σταθερή πίεση (ισοβαρής μεταβολή).

$$\left.\begin{array}{l} PV_A = nRT_A \\ PV_B = nRT_B \end{array}\right\} \Rightarrow P(V_B - V_A) = nR(T_B - T_A) \Rightarrow P\,\Delta V = nR\,\Delta T$$

$Q = nC_P\Delta T$, $\Delta U = nC_V\Delta T$ και $W = P\,\Delta V = nR\,\Delta T$

Από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε:

$$Q = \Delta U + W \Rightarrow nC_P\Delta T = nC_V\Delta T + nR\,\Delta T \Rightarrow$$

$$\boxed{\mathbf{C_P = C_V + R}}$$

Η εσωτερική ενέργεια ενός ιδανικού μονοατομικού αερίου δίνεται από τη σχέση

$$U = \frac{3}{2}nRT$$

Όταν η θερμοκρασία του αερίου μεταβάλλεται κατά ΔΤ, η εσωτερική του ενέργεια μεταβάλλεται κατά $\Delta U = \frac{3}{2} nR\,\Delta T$.

Όμως η μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου δίνεται και από τη σχέση $\Delta U = nC_V \Delta T$ οπότε έχουμε:

$$nC_V \Delta T = \frac{3}{2} nR\,\Delta T \Rightarrow \boxed{C_V = \frac{3}{2}R}$$

και επειδή $C_P = C_V + R \Rightarrow C_P = \frac{3}{2}R + R \Rightarrow \boxed{C_P = \frac{5}{2}R}$

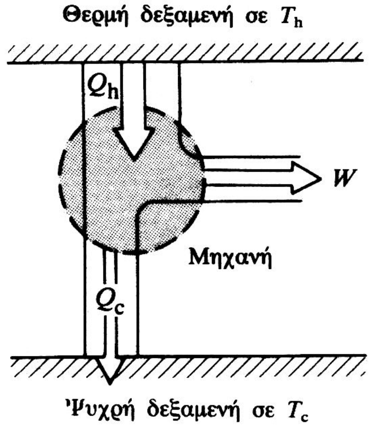
8. Θερμικές μηχανές

Θερμική μηχανή είναι μια διάταξη που μετατρέπει τη θερμότητα σε μηχανικό έργο. Παραδείγματα τέτοιων μηχανών είναι οι ατμομηχανές, οι μηχανές ντίζελ, οι βενζινοκινητήρες κ.α.

Η θερμική μηχανή είναι μια διάταξη που χρειάζεται ένα ''μέσον'', το οποίο υποβάλλει σε μια μεταβολή. Επειδή η μηχανή μετατρέπει συνεχώς τη θερμότητα σε έργο, πρέπει η μεταβολή στην οποία υποβάλλεται το μέσο να είναι κυκλική, ώστε, όταν ολοκληρωθεί η μεταβολή, η μηχανή να επιστρέψει στην αρχική της κατάσταση και να επαναλάβει την ίδια διαδικασία ξανά και ξανά.

<u>Αρχή λειτουργίας</u>

Μια θερμική μηχανή περιλαμβάνει:
- Μια πηγή θερμότητας σε υψηλή θερμοκρασία T_h (θερμή δεξαμενή).
- Ένα μέσον, που συνήθως είναι αέριο.
- Μια πηγή θερμότητας σε χαμηλή θερμοκρασία T_c (ψυχρή δεξαμενή).



Το μέσον εκτελεί μια κυκλική μεταβολή στη διάρκεια της οποίας, απορροφά θερμότητα Q_h από τη θερμή δεξαμενή (δαπανώμενη ενέργεια), μετατρέπει ένα μέρος σε μηχανικό έργο W (ωφέλιμο έργο) και το υπόλοιπο το απορρίπτει ως άχρηστη θερμότητα Q_c στη ψυχρή δεξαμενή (απώλεια).

<u>Συντελεστής απόδοσης (e) θερμικής μηχανής</u>

Συντελεστής απόδοσης (**e**) θερμικής μηχανής ονομάζεται ο λόγος του ωφέλιμου έργου που μας δίνει η μηχανή προς την ενέργεια που δαπανούμε για να λειτουργήσει.

Στη θερμική μηχανή η ενέργεια που δαπανούμε είναι η θερμότητα Q_h που απορροφά η μηχανή από τη δεξαμενή υψηλής θερμοκρασίας. Οπότε έχουμε:

$$\mathbf{e} = \frac{\text{ωφέλιμο μηχανικό έργο}}{\text{δαπανώμενη ενέργεια}} = \frac{\mathbf{W}}{\mathbf{Q_h}}$$

Όμως στη κυκλική μεταβολή του αερίου της θερμικής μηχανής ισχύει $\Delta U_{ολ} = 0$ οπότε από τον 1ο θερμοδυναμικό νόμο έχουμε ότι:

$$Q_{ολ} = \Delta U_{ολ} + W \overset{\overbrace{\Delta U_{ολ}=0}}{\Rightarrow} Q_{ολ} = W \Rightarrow W = Q_h + Q_C$$

Αλλά για τη μηχανή είναι $Q_h > 0$ και $Q_C < 0$, οπότε $Q_C = -|Q_C|$ και κατά συνέπεια

$$W = Q_h - |Q_C|$$

Άρα

$$e = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - |Q_C|}{Q_h} \Rightarrow \boxed{\mathbf{e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_h}}}$$

Επειδή $|Q_C| < Q_h$ η τελευταία σχέση δίνει

$$\mathbf{e < 1}$$

Οπότε ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε θερμικής μηχανής είναι πάντα μικρότερος της μονάδας.

<u>Σημείωση</u> : Ο συντελεστής απόδοσης e είναι καθαρός αριθμός και συνήθως εκφράζεται επί τοις εκατό (%).

9. 2ος θερμοδυναμικός νόμος

<u>Διατύπωση Kelvin – Planck</u>

΄΄Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί θερμική μηχανή που να μετατρέπει εξ ολοκλήρου τη θερμότητα σε μηχανικό έργο.΄΄

<u>Διατύπωση Clausious</u>

΄΄Είναι αδύνατο να κατασκευαστεί μηχανή που να μεταφέρει θερμότητα από ένα ψυχρό σώμα σε ένα θερμότερο χωρίς να δαπανάται ενέργεια για τη λειτουργία της.΄΄

Οι δύο παραπάνω διατυπώσεις του 2ου θερμοδυναμικού νόμου είναι εντελώς ισοδύναμες. Οπότε αν κάποια υποθετική θερμική μηχανή παραβιάζει τη μια διατύπωση, τότε αυτόματα θα παραβιάζει και την άλλη.

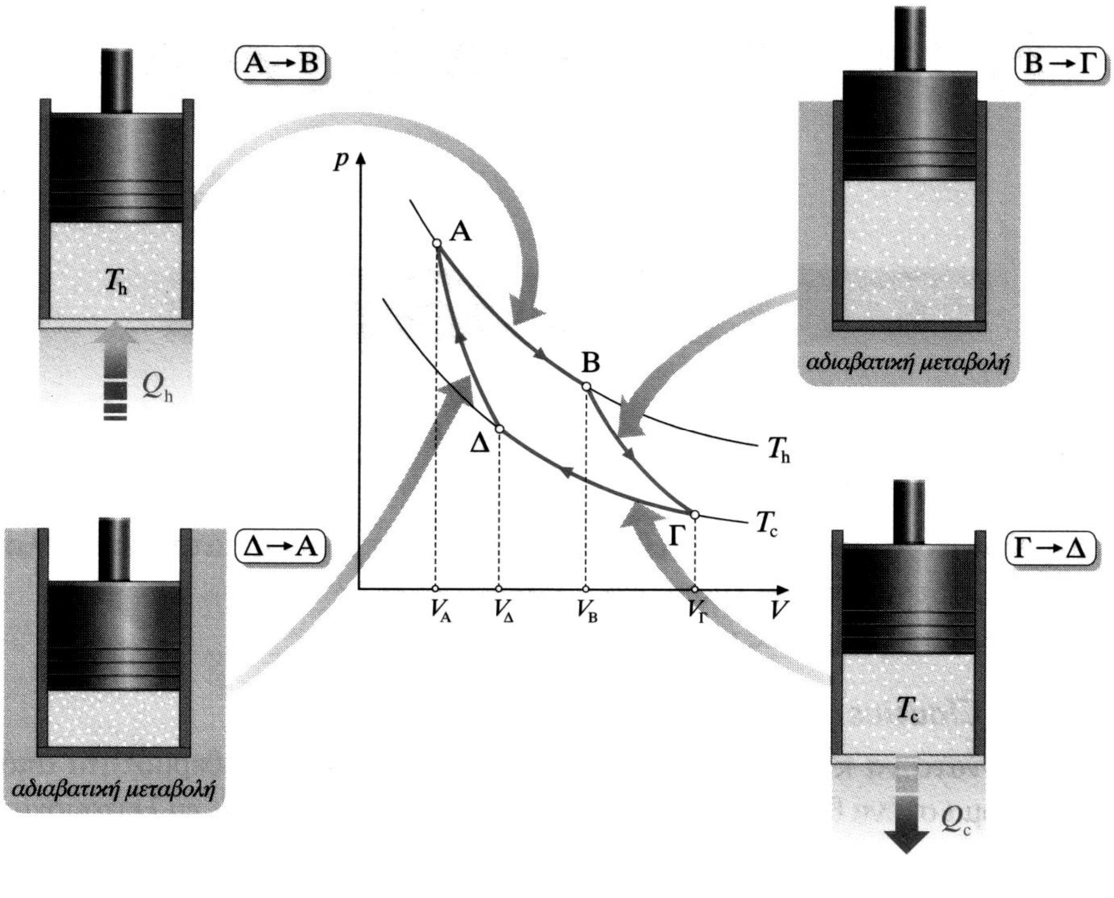
10. Μηχανή Carnot

Η μηχανή Carnot είναι μια ιδανική μηχανή που έχει τα εξής χαρακτηριστικά:

1) Χρησιμοποιεί ως μέσο ιδανικό αέριο.
2) Η κυκλική μεταβολή που διαγράφει το μέσο είναι αντιστρεπτή.

Δε μπορεί να υπάρξει θερμική μηχανή η οποία να έχει μεγαλύτερη απόδοση από μια μηχανή Carnot που λειτουργεί ανάμεσα στις ίδιες θερμοκρασίες.

Ο κύκλος του Carnot περιλαμβάνει τις παρακάτω διαδοχικές αντιστρεπτές μεταβολές:
α) Μια **ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ** σε θερμοκρασία T_h.
β) Μια **αδιαβατική εκτόνωση ΒΓ**.
γ) Μια **ισόθερμη συμπίεση ΓΔ** σε θερμοκρασία T_c.
δ) Μια **αδιαβατική συμπίεση ΔΑ**.



Συντελεστής απόδοσης στον κύκλο του Carnot

Είδαμε ότι ο συντελεστής απόδοσης οποιασδήποτε θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση:

$$e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_h}$$

Αποδεικνύεται ότι για τον κύκλο του Carnot ισχύει επιπλέον και η σχέση:

$$\frac{|Q_C|}{Q_h} = \frac{T_C}{T_h}$$

Έτσι από τις δύο τελευταίες σχέσεις παίρνουμε ότι:

$$\boxed{\mathbf{e = 1 - \frac{T_C}{T_h}}}$$

Ο συντελεστής απόδοσης μιας μηχανής Carnot εξαρτάται μόνο από τις θερμοκρασίες T_h και T_C των δύο δεξαμενών θερμότητας.

Προσοχή : Η σχέση $e = 1 - \frac{T_C}{T_h}$ μας δίνει τον συντελεστή απόδοσης **μόνο** για τη μηχανή Carnot και για καμία άλλη θερμική μηχανή.

Βιογραφικό σημείωμα

Sadi Carnot

(1796-1832)

Ο Γάλλος φυσικός Sadi Carnot είναι ο πρώτος που απέδειξε την ποσοτική σχέση ανάμεσα στο έργο και στην θερμότητα. Ο Carnot γεννήθηκε στο Παρίσι την 1η Ιουνίου 1796. Σπούδασε στην École Polytechnique τού Παρισιού και στην École Genie τού Μετς. Στα πολλά ενδιαφέροντα τού Carnot συγκαταλέγονταν, μεταξύ άλλων, τα μαθηματικά, η βιομηχανική ανάπτυξη, η φορολογική μεταρρύθμιση και οι καλές τέχνες.

Το μοναδικό του έργο *Σκέψεις σχετικά με την κινητήρια δύναμη τής θερμότητας* δημοσιεύθηκε το 1824. Στο έργο αυτό ο Carnot έκανε μια επισκόπηση τής βιομηχανικής, πολιτικής και οικονομικής σημασίας τής ατμομηχανής.

Στο σύγγραμμά του όριζε το έργο ως «ανύψωση βάρους».

Ο Carnot άρχισε να μελετά τις φυσικές ιδιότητες τών αερίων το 1831 και έδωσε ιδιαίτερη βαρύτητα στη σχέση που συνδέει τη θερμοκρασία με την πίεση.

Στις 24 Αυγούστου 1832 ο Sadi Carnot πέθανε ξαφνικά από χολέρα. Σύμφωνα με τις υγειονομικές διατάξεις τής εποχής, κάηκαν όλα τα προσωπικά του αντικείμενα. Διασώθηκαν μόνον μερικές σημειώσεις του, από τις οποίες φαίνεται ότι ο Carnot είχε καταλήξει στο συμπέρασμα ότι η θερμότητα είναι, βασικά, ίδια με το έργο ή είναι έργο που έχει μεταβάλει μορφή. Για τον λόγο αυτόν θεωρείται πατέρας τής Θερμοδυναμικής, τού κλάδου τής επιστήμης που ορίζει ότι η ενέργεια ποτέ δεν καταστρέφεται αλλά μόνο μετατρέπεται σε άλλες μορφές. Οι σημειώσεις αυτές καθοδήγησαν τον λόρδο Kelvin να θεμελιώσει και να αναπτύξει την Θερμοδυναμική το 1850.

Παράρτημα

Α. Να αποδείξετε ότι το έργο κατά την αδιαβατική μεταβολή δίνεται από τη σχέση $W = \dfrac{P_B V_B - P_A V_A}{1-\gamma}$.

Απόδειξη

Ο 1ος Θερμοδυναμικός νόμος στην αδιαβατική μεταβολή ($Q = 0$) δίνει:

$$W = -\Delta U \Rightarrow W = -nC_V \Delta T \Rightarrow \quad \mathbf{W = -nC_V(T_B - T_A)} \quad \textbf{(1)}$$

Από την καταστατική εξίσωση των ιδανικών αερίων έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} P_A V_A = nRT_A \Rightarrow T_A = \frac{P_A V_A}{nR} \\ P_B V_B = nRT_B \Rightarrow T_B = \frac{P_B V_B}{nR} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \mathbf{T_B - T_A = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{nR}} \quad \textbf{(2)}$$

Από τις σχέσεις (1) και (2) παίρνουμε:

$$\mathbf{W = -\frac{C_V(P_B V_B - P_A V_A)}{R}} \quad \textbf{(3)}$$

Γνωρίζουμε ότι:

$$C_P = C_V + R \Rightarrow C_P - C_V = R \Rightarrow \frac{C_P}{C_V} - \frac{C_V}{C_V} = \frac{R}{C_V} \Rightarrow \gamma - 1 = \frac{R}{C_V} \Rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{C_V}{R} = \frac{1}{\gamma - 1}} \quad \textbf{(4)}$$

Από τις σχέσεις (3) και (4) παίρνουμε:

$$W = -\frac{P_B V_B - P_A V_A}{\gamma - 1} \Rightarrow \boxed{\mathbf{W = \frac{P_B V_B - P_A V_A}{1 - \gamma}}}$$

Β. Να αποδείξετε ότι στον κύκλο του Carnot ισχύουν οι σχέσεις $\dfrac{V_B}{V_A} = \dfrac{V_\Gamma}{V_\Delta}$ και $\dfrac{|Q_C|}{Q_h} = \dfrac{T_C}{T_h}$.

Απόδειξη

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ:} & P_A V_A = P_B V_B \\ \text{Αδιαβατική εκτόνωση ΒΓ:} & P_B V_B^{\gamma} = P_\Gamma V_\Gamma^{\gamma} \\ \text{Ισόθερμη συμπίεση ΓΔ:} & P_\Gamma V_\Gamma = P_\Delta V_\Delta \\ \text{Αδιαβατική συμπίεση ΔΑ:} & P_\Delta V_\Delta^{\gamma} = P_A V_A^{\gamma}\end{array}\right\}$$

Με πολλαπλασιασμό κατά μέλη των παραπάνω σχέσεων, παίρνουμε:

$$P_A V_A \cdot P_B V_B^{\gamma} \cdot P_\Gamma V_\Gamma \cdot P_\Delta V_\Delta^{\gamma} = P_B V_B \cdot P_\Gamma V_\Gamma^{\gamma} \cdot P_\Delta V_\Delta \cdot P_A V_A^{\gamma} \Rightarrow$$

$$\frac{V_B^{\gamma}}{V_B} \cdot \frac{V_\Delta^{\gamma}}{V_\Delta} = \frac{V_\Gamma^{\gamma}}{V_\Gamma} \cdot \frac{V_A^{\gamma}}{V_A} \Rightarrow V_B^{\gamma-1} \cdot V_\Delta^{\gamma-1} = V_\Gamma^{\gamma-1} \cdot V_A^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\frac{V_B}{V_A} = \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}} \quad \mathbf{(1)}$$

Στην ισόθερμη εκτόνωση ΑΒ έχουμε:

$$Q_h = \Delta U_{AB} + W_{AB} \overset{\overbrace{\Delta U_{AB}=0}}{\Rightarrow} Q_h = W_{AB} \Rightarrow \mathbf{Q_h = nRT_h \ell n \frac{V_B}{V_A}} \quad \mathbf{(2)}$$

Στην ισόθερμη συμπίεση ΓΔ έχουμε:

$$Q_C = \Delta U_{\Gamma\Delta} + W_{\Gamma\Delta} \overset{\overbrace{\Delta U_{\Gamma\Delta}=0}}{\Rightarrow} Q_C = W_{\Gamma\Delta} \Rightarrow Q_C = nRT_C \ell n \frac{V_\Delta}{V_\Gamma} \Rightarrow |Q_C| = \left| nRT_C \ell n \frac{V_\Delta}{V_\Gamma} \right| \Rightarrow$$

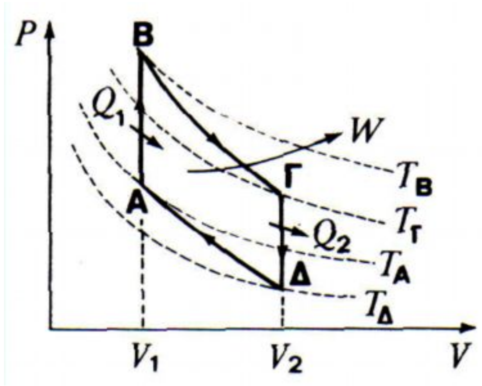
$$|Q_C| = nRT_C \left| \ell n \frac{V_\Delta}{V_\Gamma} \right| \Rightarrow |Q_C| = nRT_C \left| \ell n \left(\frac{V_\Gamma}{V_\Delta} \right)^{-1} \right| \Rightarrow |Q_C| = nRT_C \left| -\ell n \frac{V_\Gamma}{V_\Delta} \right| \Rightarrow$$

$$\mathbf{|Q_C| = nRT_C \ell n \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}} \quad \mathbf{(3)}$$

Διαιρώντας τις σχέσεις (2) και (3) κατά μέλη έχουμε:

$$\frac{|Q_C|}{Q_h} = \frac{nRT_C \ell n \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{nRT_h \ell n \frac{V_B}{V_A}} \overset{\overbrace{(1)}}{\Rightarrow} \frac{|Q_C|}{Q_h} = \frac{T_C \ell n \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}}{T_h \ell n \frac{V_\Gamma}{V_\Delta}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{\frac{|Q_C|}{Q_h} = \frac{T_C}{T_h}}}$$

Γ. Κύκλος του Otto (βενζινομηχανές αυτοκινήτων)



Περιλαμβάνει:
ΑΒ: ισόχωρη θέρμανση σε όγκο V_1.
ΒΓ: αδιαβατική εκτόνωση.
ΓΔ: ισόχωρη ψύξη σε όγκο V_2.
ΔΑ: αδιαβατική συμπίεση.

Το αέριο κατά την ισόχωρη θέρμανση ΑΒ απορροφά θερμότητα $Q_1 = nC_V(T_B - T_A) > 0$ αφού $T_B > T_A$ ενώ κατά την ισόχωρη ψύξη ΓΔ αποβάλλει θερμότητα $Q_2 = nC_V(T_\Delta - T_\Gamma) < 0$ αφού $T_\Delta < T_\Gamma$.

<u>Συντελεστής απόδοσης</u>

$$e = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|nC_V(T_\Delta - T_\Gamma)|}{nC_V(T_B - T_A)} = 1 - \frac{nC_V|T_\Delta - T_\Gamma|}{nC_V(T_B - T_A)} \Rightarrow \mathbf{e = 1 - \frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A}} \quad \textbf{(1)}$$

Για τις αδιαβατικές ΒΓ και ΔΑ έχουμε:

$$P_B V_1^\gamma = P_\Gamma V_2^\gamma \Rightarrow \frac{nRT_B}{V_1} V_1^\gamma = \frac{nRT_\Gamma}{V_2} V_2^\gamma \Rightarrow T_B V_1^{\gamma-1} = T_\Gamma V_2^{\gamma-1} \quad \textbf{(2)}$$

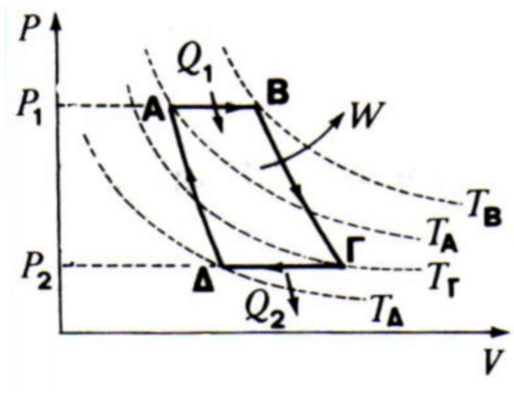
$$P_A V_1^\gamma = P_\Delta V_2^\gamma \Rightarrow \frac{nRT_A}{V_1} V_1^\gamma = \frac{nRT_\Delta}{V_2} V_2^\gamma \Rightarrow T_A V_1^{\gamma-1} = T_\Delta V_2^{\gamma-1} \quad \textbf{(3)}$$

αφαίρεση κατά μέλη $\overbrace{\text{(2)-(3)}}$ $\Rightarrow$

$$(T_B - T_A)V_1^{\gamma-1} = (T_\Gamma - T_\Delta)V_2^{\gamma-1} \Rightarrow \mathbf{\frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A} = \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}}} \qquad \textbf{(4)}$$

$$(1)\overset{\overbrace{(4)}}{\Rightarrow} e = 1 - \frac{V_1^{\gamma-1}}{V_2^{\gamma-1}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{e = 1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}}}$$

Δ. Κύκλος του Joule



Περιλαμβάνει:
ΑΒ: ισοβαρής εκτόνωση με πίεση P_1.
ΒΓ: αδιαβατική ψύξη.
ΓΔ: ισοβαρής συμπίεση με πίεση P_2.
ΔΑ: αδιαβατική θέρμανση.

Το αέριο κατά την ισόβαρη εκτόνωση ΑΒ απορροφά θερμότητα $Q_1 = nC_P(T_B - T_A) > 0$ αφού $T_B > T_A$ ενώ κατά την ισόβαρη συμπίεση ΓΔ αποβάλλει θερμότητα $Q_2 = nC_P(T_\Delta - T_\Gamma) < 0$ αφού $T_\Delta < T_\Gamma$.

Συντελεστής απόδοσης

$$e = 1 - \frac{|Q_2|}{Q_1} = 1 - \frac{|nC_P(T_\Delta - T_\Gamma)|}{nC_P(T_B - T_A)} = 1 - \frac{nC_P|T_\Delta - T_\Gamma|}{nC_P(T_B - T_A)} \Rightarrow \mathbf{e = 1 - \frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A}} \quad \textbf{(1)}$$

Για τις αδιαβατικές ΒΓ και ΔΑ έχουμε:

$$\left.\begin{aligned} P_1V_B^\gamma = P_2V_\Gamma^\gamma \Rightarrow P_1\left(\frac{nRT_B}{P_1}\right)^\gamma = P_2\left(\frac{nRT_\Gamma}{P_2}\right)^\gamma \Rightarrow P_1^{1-\gamma}T_B^\gamma = P_2^{1-\gamma}T_\Gamma^\gamma \\ P_1V_A^\gamma = P_2V_\Delta^\gamma \Rightarrow P_1\left(\frac{nRT_A}{P_1}\right)^\gamma = P_2\left(\frac{nRT_\Delta}{P_2}\right)^\gamma \Rightarrow P_1^{1-\gamma}T_A^\gamma = P_2^{1-\gamma}T_\Delta^\gamma \end{aligned}\right\} \Rightarrow$$

$$\left.\begin{aligned} P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_B = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_\Gamma \quad \textbf{(2)} \\ P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_A = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}T_\Delta \quad \textbf{(3)} \end{aligned}\right\} \overset{\substack{\text{αφαίρεση} \\ \text{κατά μέλη} \\ (2)-(3)}}{\Rightarrow} \quad P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_B - T_A) = P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}(T_\Gamma - T_\Delta) \Rightarrow$$

$$\mathbf{\frac{T_\Gamma - T_\Delta}{T_B - T_A} = \frac{P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}} \quad \textbf{(4)}$$

$$(1) \overset{(4)}{\Rightarrow} e = 1 - \frac{P_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}{P_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}} \Rightarrow \boxed{\mathbf{e = 1 - \left(\frac{P_1}{P_2}\right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}}}$$

Για τις ασκήσεις

1. Στον 1ο θερμοδυναμικό νόμο τα μεγέθη Q, ΔU και W είναι αλγεβρικά. Όταν δίνονται ή μπορούν να υπολογιστούν δύο από τα μεγέθη αυτά, τότε η σχέση

$$Q = \Delta U + W$$

μπορεί να χρησιμοποιηθεί για τον υπολογισμό του τρίτου μεγέθους.

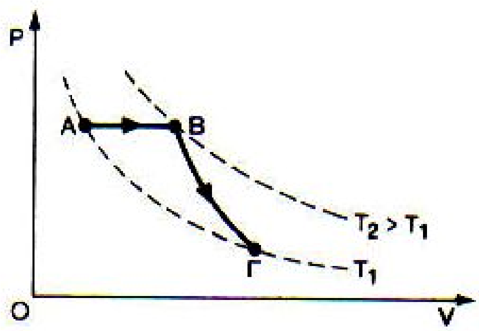
2. Η μεταβολή ΔU της εσωτερικής ενέργειας μιας ποσότητας ιδανικού αερίου δεν εξαρτάται από το είδος της μεταβολής, αλλά μόνο από την αρχική θερμοκρασία T_1 και από την τελική θερμοκρασία T_2 του αερίου. Αυτό σημαίνει ότι:

α) Για οποιαδήποτε μεταβολή (ισόθερμη, ισοβαρή, αδιαβατική αντιστρεπτή ή μη αντιστρεπτή) μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε τη σχέση

$$\Delta U = nC_V(T_2 - T_1)$$

που ισχύει στην ισόχωρη μεταβολή.

β) Για δύο μεταβολές (διαδοχικές ή όχι)μεταξύ των ίδιων ισόθερμων T_1 και T_2, οι αντίστοιχες μεταβολές της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι κατ' απόλυτη τιμή ίσες. Έτσι στο διάγραμμα του διπλανού σχήματος έχουμε:



$$\Delta U_{AB} = |\Delta U_{BΓ}|$$

3. Όταν ένα αέριο εκτελεί δύο ή περισσότερες διαδοχικές μεταβολές, τότε:

α) Το συνολικό έργο που παράγεται από το αέριο είναι ίσο με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους έργων, δηλαδή

$$W_{ολ} = W_1 + W_2 + \dots$$

β) Η συνολική θερμότητα που ανταλλάσσει το αέριο με το περιβάλλον του είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους θερμοτήτων, δηλαδή

$$Q_{ολ} = Q_1 + Q_2 + \dots$$

γ) Η συνολική μεταβολή της εσωτερικής ενέργειας του αερίου είναι ίση με το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους μεταβολών της, δηλαδή

$$\Delta U_{ολ} = \Delta U_1 + \Delta U_2 + \dots$$

4. Κατά τη λειτουργία μιας θερμικής μηχανής, το μέσο είναι συνήθως ένα αέριο που εκτελεί (πάντοτε) μια κυκλική μεταβολή, ώστε να μπορεί αυτή να επαναλαμβάνεται.

α) Σε ορισμένες φάσεις (μια ή περισσότερες) της κυκλικής μεταβολής του, το αέριο παίρνει από τη θερμή πηγή ποσά θερμότητας Q_i, i = 1,2,..., τα οποία είναι θετικά, συμφωνά με τη σύμβαση για το πρόσημο της θερμότητας, και το άθροισμα τους $Q_h = \Sigma Q_i$, είναι η συνολική θερμότητα που παίρνει το αέριο σε ένα κύκλο και θεωρείται ως η δαπανώμενη ενέργεια από τη θερμική μηχανή.

β) Σε ορισμένες φάσεις (μια ή περισσότερες) της κυκλικής μεταβολής του, το αέριο δίνει στην ψυχρή πηγή ποσά θερμότητας Q_j, j = 1,2,..., τα οποία είναι αρνητικά, σύμφωνα με τη σύμβαση για το πρόσημο της θερμότητας και το άθροισμα τους $Q_C = \Sigma Q_j$ είναι η συνολική θερμότητα που δίνει το αέριο σε ένα κύκλο και θεωρείται ως απώλεια ενέργειας για τη θερμική μηχανή.

γ) Στις διάφορες φάσεις της κυκλικής μεταβολής του, το αέριο ανταλλάσσει με το περιβάλλον ποσά ενέργειας μέσω των αντίστοιχων έργων W_κ, κ = 1,2,...,. Το αλγεβρικό άθροισμα των έργων αυτών $W=\Sigma W_\kappa$ είναι το συνολικό έργο που παράγει το αέριο σε ένα κύκλο και θεωρείται ως το ωφέλιμο μηχανικό έργο της θερμικής μηχανής. Ισχύει:

$$Q_{o\lambda} = \Delta U + W \overset{\overbrace{\Delta U=0}}{\Rightarrow} W = Q_{o\lambda} \Rightarrow \mathbf{W = Q_h - |Q_C|} \quad \mathbf{(1)}$$

Ο συντελεστής απόδοσης e της θερμικής μηχανής ορίζεται από τη σχέση

$$e = \frac{W_{\omega\varphi.}}{Q_{\delta\alpha\pi.}} \Rightarrow e = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow e = \frac{Q_h - |Q_C|}{Q_h} \Rightarrow e = 1 - \frac{|Q_C|}{Q_h}$$

$$\text{ή} \quad \mathbf{e = 1 - \frac{|\Sigma(\text{ποσά θερμότητας που αποβάλλει η μηχανη})|}{\Sigma(\text{ποσά θερμότητας που απορροφά η μηχανή})}}$$

$$\text{ή} \quad \boxed{\mathbf{e = 1 - \frac{\Sigma|Q_j|}{\Sigma Q_i}}}$$

5. Η **ωφέλιμη ισχύς** μιας θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{P_{\omega\varphi} = \frac{W_{\omega\varphi}}{t}}$$

όπου $W_{\omega\varphi}$ το ωφέλιμο έργο της μηχανής σε κάθε κύκλο και t η χρονική διάρκεια του κύκλου.

Η **δαπανώμενη ισχύς** μιας θερμικής μηχανής δίνεται από τη σχέση

$$\mathbf{P_{\delta\alpha\pi} = \frac{Q_h}{t}}$$

όπου Q_h είναι το συνολικό ποσό θερμότητας που απορροφά η μηχανή σε κάθε κύκλο και t η χρονική διάρκεια του κύκλου.

Για τις δύο παραπάνω ισχύς ισχύει:

$$e = \frac{W}{Q_h} \Rightarrow W = eQ_h \Rightarrow \frac{W}{t} = e\frac{Q_h}{t} \Rightarrow \boxed{\mathbf{P_{\omega\varphi} = eP_{\delta\alpha\pi}}}$$