

ΘΕΜΑ Δ 14728

Μια αντλία χρησιμοποιείται για να ανεβάζει **600 kg** νερού σε ένα λεπτό από πηγάδι βάθους **20 m**. Το νερό ξεκινά από την ηρεμία, κινείται με σταθερή επιτάχυνση και φτάνει στο στόμιο του πηγαδιού με ταχύτητα $v = 20 \text{ m/s}$ με την οποία και εκτοξεύεται κατακόρυφα προς τα πάνω. Δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g = 10 \text{ m/s}^2$ και ότι η επίδραση του αέρα στην κίνηση του νερού είναι αμελητέα. Να υπολογίσετε:

Δ1) την επιτάχυνση με την οποία ανυψώνεται το νερό

Μονάδες 6

Δ2) τη μάζα του νερού που ανεβάζει η αντλία ανά δευτερόλεπτο και τη δύναμη που ασκείται από την αντλία σε αυτή τη μάζα

Μονάδες 6

Δ3) τη μέση ισχύ που αναπτύσσει η αντλία

Μονάδες 7

Δ4) το μέγιστο ύψος που φτάνει το νερό από το στόμιο του πηγαδιού.

Μονάδες 6

Πιθανή αναμενόμενη από τους θεματοδότες, απάντηση του μαθητή:

*Με πράσινο χρώμα οι πιθανές σκέψεις - διλήμματα - του μαθητή.

Δ1) Αφού $a = \text{σταθερή}$ το νερό εκτελεί ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα θα ισχύει:

(1^ο δίλημμα: *Τώρα ποια μάζα νερού επιταχύνεται; Όλα τα 600 Kg που θα τα θεωρήσω υλικό σημείο, αφού σ' όλη τη διάρκεια της σχολικής χρονιάς ο καθηγητής, μας μιλούσε με έμφαση για τη Μηχανική του υλικού σημείου - εκτός από την άσκηση με τη γέφυρα και το τρένο - ή αυτή που ζητάει στο 2ο ερώτημα, αυτή που ανεβάζει ανά δευτερόλεπτο; Τέλος πάντων ας ξεκινήσω και βλέπουμε, πρέπει να είναι απλό, μας δίνει $v = 20 \text{ m/s}$, μας δίνει χρόνο $t=1 \text{ min} = 60 \text{ s}$, άρα:)

$$v = at \rightarrow a = \frac{v}{t} \xrightarrow{(S.I.)} a = \frac{20}{60} \rightarrow a = \frac{1}{3} \text{ m/s}^2$$

(Βρε συ τι νούμερο είναι αυτό; Στις περισσότερες ασκήσεις που κάναμε η a έβγαινε 2, άντε 4, άντε 5, άντε 6, άντε 10 m/s^2 , μάλλον λάθος σκέφτηκα, το σβήνω και φτου από την αρχή, να πάρω το ύψος h .)

$$h = \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} \xrightarrow{(S.I.)} t = \sqrt{\frac{2 \cdot 20}{10}} \rightarrow t = 2\text{s}$$

$$v = at \rightarrow a = \frac{v}{t} \xrightarrow{(S.I.)} a = \frac{20}{2} \rightarrow a = 10 \text{ m/s}^2$$

(2^ο δίλημμα: Τώρα μάλιστα $a = g$, μεγάλη δεν είναι; - αλλά ίσως θέλουν να βγαίνουν στρόγγυλα νούμερα, αυτό πρέπει να είναι !!!)

Δ2)

(3^ο δίλημμα: Καλά τώρα, υπάρχει πουθενά στο σχολικό βιβλίο τέτοια άσκηση με μεταβλητή μάζα; Λέει πουθενά στην εκφώνηση ότι σε ίσους χρόνους θα ανεβαίνει η ίδια ποσότητα μάζας νερού; Αν είναι έτσι μια απλή μέθοδο των τριών και τελείωσα!)

$$\begin{array}{l} \Sigma \epsilon \quad 60 \text{ s} \quad \text{ανεβάζει} \quad 600 \text{ Kg} \\ \Sigma \epsilon \quad 1 \text{ s} \quad \text{ανεβάζει} \quad \Delta m \end{array} \left| \rightarrow \Delta m = 10 \text{ Kg} \right.$$

(3^ο δίλημμα: Λες να έχω κάνει κανένα λάθος; Μου δίνει 600 Kg και τώρα μου ζητά τη δύναμη στα 10 Kg;

Από πού ασκείται αυτή η δύναμη; Μάλλον από την κάτω μάζα των 10 Kg, σε αυτή από την κάτω μάζα των 10 Kg, κ.ο.κ η οποία δύναμη φυσιολογικά πρέπει να ασκείται από την αντλία - τι ρωτάω, αφού το λέει στην εκφώνηση - ρε παιδί μου δεν κατάλαβα πως ασκεί δυνάμεις αυτή η αντλία, είναι δύναμη επαφής ή από απόσταση; Αχ τον μπαγάσα τον καθηγητή μας, ούτε ένα παράδειγμα με αντλία δεν μας έκανε, ενώ μας παινευόταν όλη τη χρονιά, ότι ήξερε τι περιέχει η τράπεζα θεμάτων. Αλλά τι να μας πρωτοκάνει κι' αυτός ο δόλιος; 315X2=630 θέματα;!!! Όμως το λέει στην εκφώνηση καθαρά: τη δύναμη που ασκείται από την αντλία σε αυτή τη μάζα)

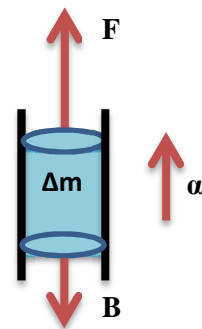
(4^ο δίλημμα: Να κάνω οπωσδήποτε ένα σχήμα, αυτό μας το τόνιζε συνέχεια !!!

Ναι αλλά να αποκόψω τα 10 Kg από τα υπόλοιπα; Αλλά αυτό δεν ζητάει; Έλα ο καθηγητής μας είναι καλός άνθρωπος και λάθος να είναι το σχήμα δε θα μου κόψει πολλά μόρια.)

Από τον 2^ο Νόμο του Νεύτωνα, έχουμε:

$$F - B = \Delta m \cdot \alpha \rightarrow F - \Delta m \cdot g = \Delta m \cdot \alpha \rightarrow$$

$$F = \Delta m \cdot (\alpha + g) \xrightarrow{(S.I.)} F = 10 \cdot (10 + 10) \rightarrow F = 200 \text{ N}$$



Δ3) (4^ο δίλημμα: Καλά τι είναι αυτό το μέση ισχύς τώρα; Ωχ να φωνάξουμε τον καθηγητή για διευκρίνιση! Αλλά δεν γίνεται τώρα, κάποιος έχουν παραδώσει το γραπτό τους !! Α τώρα θυμήθηκα, κατάλαβα, δεν έχω ευθύγραμμη ομαλή κίνηση για να πάρω $P=Fv$.

Αυτό μας το τόνισε ο άνθρωπος, γιατί η τράπεζα ήταν γεμάτη με τέτοια ερωτήματα και μας έκανε τέτοια παραδείγματα !!!

Δεν μπορούσε να μας είχε κάνει αυτή τη ρημάδα να τελειώνουμε!!!

Είδες τι τυχεροί που είμαστε εμείς, της 2^{ης} χρονιάς εφαρμογής της τράπεζας Θεμάτων;)

Η μέση ισχύς ορίζεται από τη σχέση: $P_{\text{μέση}} = \frac{\Delta W_F}{\Delta t}$ όπου ΔW_F η ενέργεια που μεταφέρθηκε στο σώμα (νερό) μέσω του έργου της δύναμης F, σε χρόνο Δt και μετατράπηκε σε ενέργεια άλλης μορφής.

Τί κάνει η αντλία μέσω του έργου της δύναμης που ασκεί; Ανεβάζει 600 kg νερό ψηλά κάθε 1min και τους δίνει και κινητική ενέργεια.

$$\text{Οπότε: } \Delta W_F = \Delta U_{\beta\alpha\rho} + \Delta K = M_{\text{ολ}}gh + \frac{1}{2}M_{\text{ολ}}v^2 = 600 \cdot 10 \cdot 20 + 300 \cdot 400 = 240.000J$$

$$\text{Οπότε: } P_{\text{μέση}} = \frac{240.000J}{60s} \rightarrow P_{\text{μέση}} = 4.000W$$

Δ4)

Αυτό είναι εύκολο! Το σώμα (νερό) αφού βγει από την αντλία κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιβραδυνόμενη κίνηση με την επιτάχυνση της βαρύτητας, αφού τώρα ασκείται μόνο το βάρος του - να δεις πως μας την είχε πει αυτή την κίνηση - ... α ναι κατακόρυφη βολή προς τα πάνω!

Τελειώνει και ο χρόνος. Δεν προλαβαίνω να πάρω τους τύπους της ευθύγραμμης ομαλά επιβραδυνόμενης κίνησης, θα πάρω τον έτοιμο τύπο που θυμάμαι απ' έξω!

.... Ωχ χτύπησε το κουδούνι! Τώρα κυρία (η επιτηρήτρια) μια σειρά γράφω και σας το δίνω το γραπτό μου !!

$$h_{\text{max}} = \frac{v^2}{2g} = \frac{20^2}{20} \rightarrow h_{\text{max}} = 20m$$

Και μετά το τέλος της εξέτασης, στην αυλή του σχολείου, τα ερωτήματα συνεχίζονται

Καλά βρε παιδί μου 600 Kg (μισός τόνος+100 Kg) νερού να φτάνουν σε ύψος 20 m, σχεδόν στο ύψος πενταώροφης οικοδομής; Πως και δεν διασκορπίζεται το νερό κατά την άνοδο!

Δεν έπρεπε να λέει στην εκφώνηση, θεωρείστε ότι κατά την εκτόξευση του νερού από την αντλία δεν «δημιουργείται σιντριβάνι»; Δεμένα τα είχανε τα μόρια του νερού; !!!

Να και ο φίλος μου ο Βασίλης από το διπλανό Λύκειο. Τι σας έπεσε βρε συ 4^ο θέμα;

“ Πανεύκολο ήταν. Το 4186Δ ”.