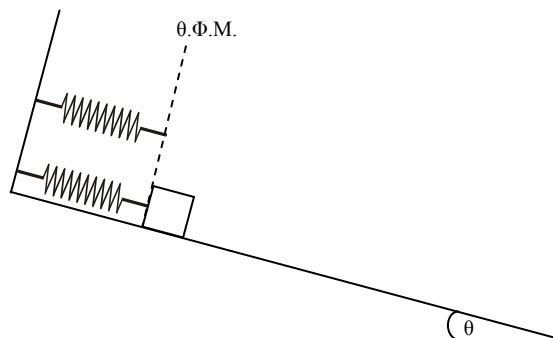


Ελατήριο- Λείο Κεκλιμένο -Τραχύ Κεκλιμένο.

Το ελατήριο του σχήματος έχει σταθερά επαναφοράς $k=100\text{N/m}$, τη χρονική στιγμή $t=0$ δένουμε στο ελατήριο σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ και το αφήνουμε ελεύθερο να κινηθεί πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο. θεωρώντας ως επίπεδο μηδενικής βαρυτικής δυναμικής ενέργειας το οριζόντιο επίπεδο στο οποίο το ελατήριο βρίσκεται στην θέση φυσικού του μήκους, να βρείτε:.



- α) τι κίνηση εκτελεί το σώμα από τη στιγμή που αφήνεται;
 - β) την απόσταση που διανύσει το σώμα πάνω στο λείο κεκλιμένο επίπεδο μέχρι να σταματήσει στιγμιαία
 - γ) τη μηχανική ενέργεια του συστήματος
 - δ) την ενέργεια ταλάντωσης
 - ε) Αν το κεκλιμένο επίπεδο δεν είναι λείο να υπολογίσετε τη θέση στην οποία θα σταματήσει τελικά το σώμα μάζας $m=1\text{Kg}$ λόγω των τριβών.
- Θεωρείστε ότι η μέγιστη τιμή του οριακού συντελεστή στατικής τριβής ισούται με το συντελεστή της τριβής ολίσθησης ($\mu=0,1$), $\varphi=30^\circ$ και $g=10\text{m/s}^2$ και για τις πράξεις $\sqrt{3} = 1,7$.

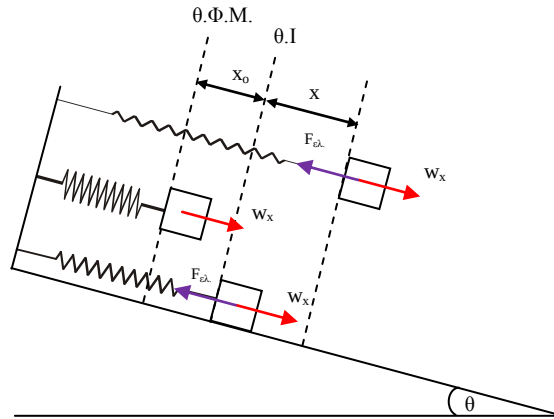
Απάντηση:

α) Εφαρμόζοντας τη συνθήκη ισορροπίας στη Θ.Ι. έχουμε:

$$\vec{\Sigma F} = 0 \rightarrow W_x = F_{ελ.} \rightarrow m \cdot g \cdot \eta \mu \theta = k \cdot x_o \quad (\text{Σχέση 1})$$

Στη τυχαία θέση έχουμε:

$$\Sigma F = W_x - F_{ελ.} = m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - k(x_o + x) = m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - kx_o - kx \xrightarrow{m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - kx_o} \Sigma F = -kx$$



Άρα το σώμα εκτελεί απλή αρμονική ταλάντωση, με $D=k$ και περίοδο:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}} \rightarrow T = 2\pi \sqrt{\frac{1}{100}} \rightarrow T = \frac{\pi}{5} \text{ s}$$

β) Από τη στιγμή που αφήνουμε το σώμα στη Θ.Φ.Μ. αυτή αποτελεί την πάνω ακραία θέση ταλάντωσης, το σώμα σταματάει στιγμιαία για πρώτη φορά στην κάτω ακραία θέση ταλάντωσης, άρα το σώμα διανύει απόσταση $S=2A$.

Από τη (Σχέση 1) έχουμε:

$$m \cdot g \cdot \eta \mu \theta = k \cdot x_o \xrightarrow{x_o=A} m \cdot g \cdot \eta \mu \theta = k \cdot A \rightarrow 1 \cdot 10 \cdot 1/2 = 100 \cdot A \rightarrow A = 0,05 \text{ m}$$

$$\text{Άρα} \quad S=2A=2 \cdot 0,05=0,1 \text{ m}$$

γ) Η μηχανική ενέργεια του συστήματος δε μεταβάλλεται, σε κάθε θέση είναι σταθερή και ισούται με το άθροισμα της κινητικής και της δυναμικής ενέργειας. Θα υπολογίσουμε τη μηχανική ενέργεια στη Θ.Φ.Μ.:

$$E = K + U_{ελ.} + U_{βαρ.} = 0 + 0 + 0 = 0$$

Το ίδιο ακριβώς προκύπτει αν υπολογίζαμε τη μηχανική ενέργεια στη θέση ισορροπίας.

$$E = K + U_{\text{Ελατ.}} + U_{\text{Βαρυντ.}} \rightarrow E = \frac{m u_{\text{max}}^2}{2} + \frac{k x_o^2}{2} - m \cdot g \cdot x_o \cdot \eta \mu \theta \xrightarrow{u_{\text{max}} = \omega A = 10 \cdot 0,05 = 0,5 \text{ m/s}} \rightarrow$$

$$E = \frac{1 \cdot 0,5^2}{2} + \frac{100 \cdot 0,05^2}{2} - 1 \cdot 10 \cdot 0,05 \cdot 0,5 = 0,125 + 0,125 - 0,25 = 0$$

δ) Η ενέργεια ταλάντωσης είναι επίσης σταθερή και υπολογίζεται από τη σχέση:

$$E = \frac{D A^2}{2} \rightarrow E = \frac{100 \cdot 0,05^2}{2} \rightarrow E = 0,125 \text{ J}.$$

ε) Αν το σώμα εμφανίζει τριβή με το κεκλιμένο επίπεδο δεν υπάρχει ένα σημείο ισορροπίας, αλλά ένα μεσοδιάστημα στο οποίο μπορεί να ισορροπήσει.

Εφαρμόζοντας το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα έχουμε:

$$\vec{W}_x + \vec{F}_{\text{Ελ.}} + \vec{T} = m \vec{a} \rightarrow m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - k \cdot x_1 \pm \mu \cdot F_N = m a \xrightarrow{a=0} m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - k \cdot x_1 \pm \mu \cdot F_N = 0$$

όπου x_1 η απόσταση της Θ.Φ.Μ. από τη θέση όπου το σώμα σταματάει τελικά.

Από την παραπάνω σχέση προκύπτει ότι:

$$m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma \upsilon \nu \theta \leq k \cdot x \leq m \cdot g \cdot \eta \mu \theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma \upsilon \nu \theta \rightarrow$$

$$\frac{m \cdot g \cdot \eta \mu \theta - \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma \upsilon \nu \theta}{k} \leq x \leq \frac{m \cdot g \cdot \eta \mu \theta + \mu \cdot m \cdot g \cdot \sigma \upsilon \nu \theta}{k} \rightarrow$$

$$\frac{1 \cdot 10 \cdot 0,5 - 0,1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2}{100} \leq x \leq \frac{1 \cdot 10 \cdot 0,5 + 0,1 \cdot 1 \cdot 10 \cdot \sqrt{3}/2}{100} \rightarrow$$

$$\frac{5 - \sqrt{3}/2}{100} \leq x \leq \frac{5 + \sqrt{3}/2}{100} \rightarrow \frac{5 - 1,7/2}{100} \leq x \leq \frac{5 + 1,7/2}{100} \rightarrow$$

$$0,00415 \leq x \leq 0,0585 \text{ m}$$

Τελικά σε ποια θέση θα σταματήσει;