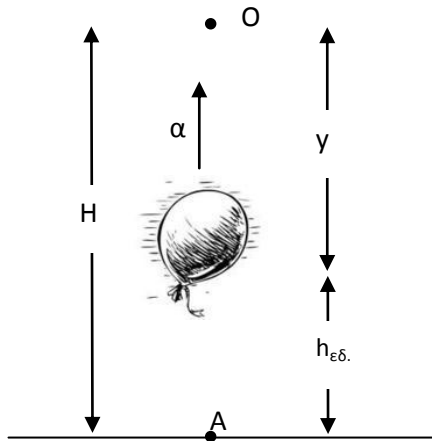


### Μπαλόνι με φθίνουσα επιτάχυνση.

Ένα μπαλόνι ξεκινά από σημείο Α του εδάφους να ανεβαίνει κατακόρυφα κατά τέτοιον τρόπο ώστε η επιτάχυνση του με μεγάλη ακρίβεια να είναι μια γραμμική φθίνουσα συνάρτηση με το ύψος του πάνω από το επίπεδο του εδάφους. Τη στιγμή που μπαλόνι ξεκινά η ταχύτητα του είναι μηδέν και η επιτάχυνση του  $\alpha_0 = 4 \text{ m/s}^2$ . Σε σημείο Ο που απέχει από το έδαφος  $H = 16 \text{ m}$  και βρίσκεται στην ίδια κατακόρυφο με το Α η επιτάχυνση του μπαλονιού έχει γίνει μηδέν. Να υπολογίσετε:

- α) την ταχύτητα του μπαλονιού στο σημείο Ο
- β) ποιο είναι το μέτρο της ταχύτητας του μπαλονιού σε ύψος  $h = H/4$  από το έδαφος.
- γ) πόσο χρόνο διάστημα χρειάζεται το μπαλόνι να φτάσει από το έδαφος στο ύψος  $H = 16 \text{ m}$ .



**Απάντηση:**

**Α' Λύση**

Αφού η επιτάχυνση μειώνεται γραμμικά σε σχέση με το ύψος από το επίπεδο του εδάφους, θα δίνεται από τη σχέση:  $\alpha = \alpha_0 - kh_{\text{εδ}}$ .

Έστω ένα τυχαίο σημείο της κατακόρυφης διαδρομής ΑΟ το οποίο απέχει από το έδαφος κατακόρυφη απόσταση  $h_{\text{εδ}}$  και από το σημείο Ο κατακόρυφη απόσταση  $y$ . Για το σημείο αυτό θα ισχύει η σχέση  $h_{\text{εδ}} = H - y$

$$\alpha = \alpha_0 - kh_{\text{εδ}} \xrightarrow{h_{\text{εδ}} = H - y} \alpha = \alpha_0 - k(H - y) \rightarrow \alpha = \alpha_0 - kH + ky \quad (\text{Σχέση 1})$$

Όταν το  $y=0$  στο σημείο Ο η επιτάχυνση ( $\alpha$ ) είναι μηδέν. Από τη (Σχέση 1) έχουμε  $\alpha_0 = kH$ , άρα η (Σχέση 1) γίνεται:

$$\alpha = ky$$

όπου  $y$  η απόσταση από το σημείο  $O$  ενώ η επιτάχυνση έχει φορά προς το  $O$ , άρα το μπαλόνι κατά τη διαδρομή  $AO$  εκτελεί ταλάντωση. Η μέγιστη επιτάχυνση της ταλάντωσης είναι στο σημείο  $A$  με  $\alpha_0 = \alpha_{\max} = 4 \text{ m/s}^2$ , ενώ το  $H$  αποτελεί το πλάτος της ταλάντωσης  $A = H = 16 \text{ m}$ , αφού το σημείο  $O$  αποτελεί τη θέση ισορροπίας ταλάντωσης ( $\alpha = 0$ ).

α) Η ταχύτητα στο σημείο  $O$  είναι η μέγιστη ταχύτητα ταλάντωσης.

$$\alpha_{\max} = \omega^2 A \rightarrow 4 = \omega^2 16 \rightarrow \omega = \frac{1}{2} \text{ rad/s}$$

$$v_{\max} = \omega \cdot A \rightarrow v_{\max} = \frac{1}{2} 16 \rightarrow v_{\max} = 8 \text{ m/s}$$

β) Όταν το μπαλόνι βρίσκεται σε ύψος  $H/4$  από το έδαφος θα απέχει από το σημείο  $O$  (Θ.Ι.) απόσταση  $y = H - H/4 = 3H/4$ . Εφαρμόζοντας ΑΔΕΤ έχουμε:

$$E = K + U \rightarrow \frac{1}{2} D A^2 = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} D A^2 \xrightarrow{D = m\omega^2} v = \pm \omega \sqrt{A^2 - y^2} \xrightarrow{A = H, y = 3H/4} \rightarrow$$

$$v = \pm \omega \sqrt{H^2 - \left(\frac{3H}{4}\right)^2} \rightarrow v = \pm \omega \sqrt{H^2 - \frac{9H^2}{16}} \rightarrow v = \pm \omega \sqrt{\frac{7H^2}{16}} \rightarrow v = \pm \frac{\omega \cdot H \cdot \sqrt{7}}{4}$$

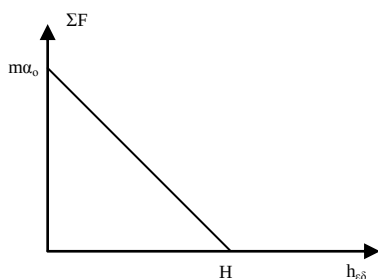
$$v = \pm \frac{16 \cdot \sqrt{7}}{2 \cdot 4} \rightarrow v = \pm 2 \cdot \sqrt{7} \text{ m/s}$$

γ) το χρονικό διάστημα για να μεταβεί από το σημείο  $A$  (ακραία θέση) στο σημείο  $O$  (θέση ισορροπίας) ισούται με  $T/4$ .

$$\Delta t = \frac{T}{4} = \frac{\frac{2\pi}{\omega}}{4} = \frac{2\pi}{4\omega} = \frac{\pi}{2\omega} = \pi \text{ sec.}$$

### Β' Λύση.

Αφού η επιτάχυνση μειώνεται γραμμικά με τον ίδιο ακριβώς τρόπο θα μειώνεται και η συνολική δύναμη που δέχεται το μπαλόνι. Κάνοντας την γραφική παράσταση της  $\Sigma F$  σε σχέση με το ύψος  $h_{\text{εδ.}}$  έχουμε:



Εφαρμόζοντας ΘΜΚΕ σε όλο τμήμα της διαδρομής από το Α μέχρι το σημείο Ο έχουμε:

$$W_{O\lambda.} = K_{T\epsilon\lambda.} - K_{A\rho\chi.} \xrightarrow{W_{O\lambda.} = E_{\mu\beta\alpha\delta\delta\omicron\nu}} \frac{m\alpha_o \cdot H}{2} = K_{T\epsilon\lambda.} \rightarrow \frac{m\alpha_o \cdot H}{2} = \frac{mv^2}{2} \rightarrow v = \sqrt{\alpha_o \cdot H} \rightarrow v = 8 \text{ m / s}$$

Το ίδιο ακριβώς κάνουμε για να απαντήσουμε το β ερώτημα, μόνο που παίρνουμε ΘΜΚΕ από το έδαφος μέχρι το H/4.

Ενώ το τρίτο ερώτημα δεν λύνεται με τον τρόπο αυτόν.