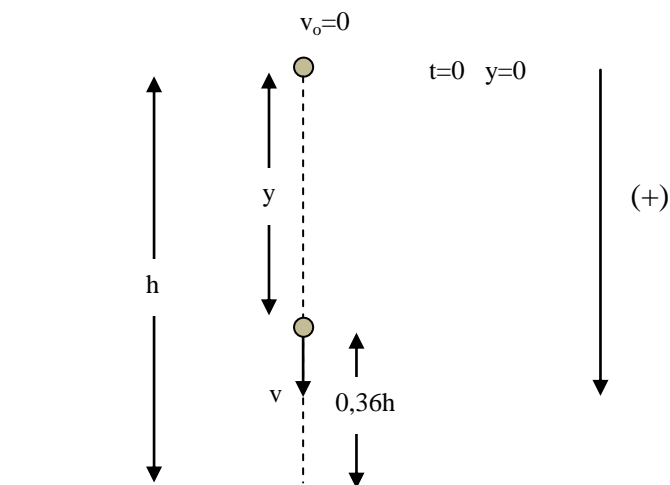


Να βρεθεί το ύψος.

Να βρεθεί από ποιο ύψος (h) πρέπει να αφήσουμε ένα σώμα, έτσι ώστε στο τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης του να διανύει το 36% της συνολικής διαδρομής του.

Θεωρούμε $t=0$ τη στιγμή που αφήσαμε το σώμα, $y=0$ τη θέση όπου το σώμα αφήνεται, θετική φορά προς τα κάτω και για τις πράξεις $g=10\text{m/s}^2$.



Απάντηση:

Α΄ Τρόπος με εξισώσεις κίνησης.

Από τις σχέσεις της ομαλά μεταβαλλόμενης κίνησης $v=v_0+at$ και $x=v_0t+at^2/2$ κάνοντας απαλοιφή του χρόνου προκύπτει η σχέση $v^2 = v_0^2 + 2ax$

Χωρίζουμε την κίνηση σε δύο μέρη στο πρώτο μέρος δεν έχει αρχική ταχύτητα ενώ διανύει απόσταση ίση με το $0,64h$.

$$v^2 = v_0^2 + 2ax \xrightarrow{\substack{v_0=0, a=g \\ x=y}} v = \sqrt{2gy} \xrightarrow{y=0,64h} v = \sqrt{2g \cdot 0,64h} \rightarrow v = \sqrt{12,8h}$$

Στο δεύτερο μέρος ξεκινάει με αρχική ταχύτητα $v = \sqrt{12,8h}$ και διανύει το υπόλοιπο της διαδρομής $0,36h$ σε χρονικό διάστημα $\Delta t=1\text{sec}$.

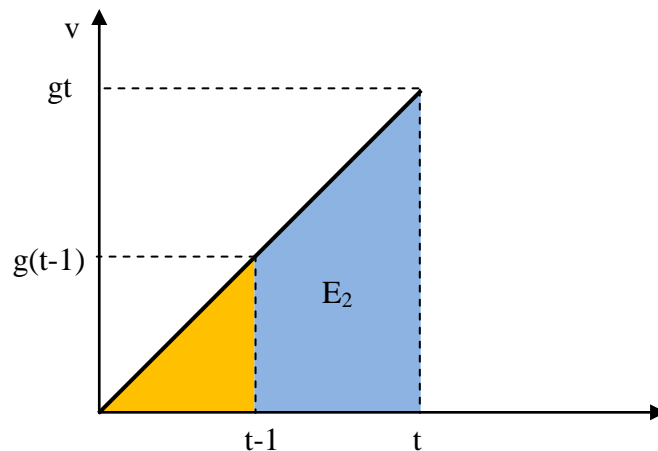
$$y = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} g \cdot \Delta t^2 \xrightarrow{v_0=\sqrt{12,8h}, \Delta t=1\text{sec}, g=10\text{m/s}^2} 0,36h = \sqrt{12,8h} + 5 \rightarrow 0,36h - 5 = \sqrt{12,8h} \rightarrow$$

$$(0,36h - 5)^2 = 12,8h \rightarrow 0,1296h^2 + 25 - 3,6h = 12,8h \rightarrow 0,1296h^2 - 16,4h + 25 = 0$$

Από το παραπάνω τριώνυμο προκύπτουν οι λύσεις $h_1=125\text{m}$ και $h_2=1,54\text{m}$.

Η λύση $h_2=1,54\text{m}$ απορρίπτεται γιατί το σώμα κινείται για περισσότερο από 1sec και σε 1sec η απόσταση που διανύει είναι $y = \frac{1}{2}gt^2 \xrightarrow{t=1\text{sec}, g=10\text{m/s}^2} y = 5\text{m}$, άρα το ύψος από το οποίο αφέθηκε το σώμα είναι **$h=125\text{m}$**

Β' τρόπος γραφική λύση.



Έστω t ο συνολικός χρόνος κίνησης του σώματος, άρα το τελευταίο δευτερόλεπτο της κίνησης είναι από $t-1$ έως t . Αφού στο τελευταίο δευτερόλεπτο διανύσει το 36%. Άρα το $E_2=0,36E_{ολ}$.

$$E_2 = 0,36E_{ολ} \rightarrow \frac{gt + g(t-1) \cdot 1}{2} = 0,36 \frac{gt \cdot t}{2} \rightarrow \frac{gt + gt - g}{2} = \frac{0,36 \cdot g \cdot t^2}{2} \rightarrow$$

$$2gt - g = 0,36gt^2 \rightarrow 3,6t^2 - 20t + 10 = 0 \begin{cases} t_1 = 5\text{s} \\ t_2 = 0,5\bar{5}\text{s} \end{cases}$$

Η χρονική t_2 απορρίπτεται γιατί θα πρέπει το $t \geq 1\text{s}$.

Άρα το ύψος από το οποίο αφήσαμε το σώμα υπολογίζεται από τη σχέση:

$$y = \frac{gt^2}{2} \xrightarrow[t=y=h]{t=5\text{s}} h = \frac{10 \cdot 5^2}{2} \rightarrow h = 125\text{m}$$