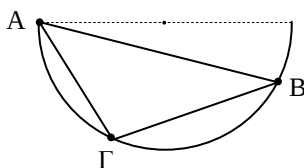


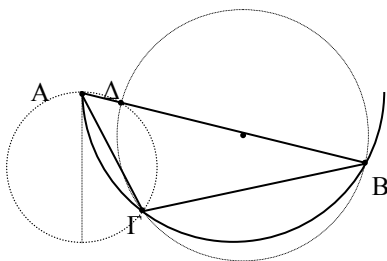
Ποια διαδρομή είναι πιο σύντομη;

Έστω μια κατακόρυφη ημικυκλική διαδρομή και ένα κεκλιμένο επίπεδο που οδηγεί από ένα σημείο A της περιφέρειας της διαδρομής σε ένα σημείο B το οποίο βρίσκεται σε κατώτερο οριζόντιο επίπεδο από το A. Αποδείξτε ότι ένα σημειακό αντικείμενο μεταβαίνει πιο γρήγορα με τη βοήθεια ενός κεκλιμένου επιπέδου το οποίο ξεκινά από το A και μέσο ενός τυχαίου σημείου Γ της περιφέρειας φτάνει στο σημείο B, παρά αν ακολουθήσει την απευθείας κεκλιμένη διαδρομή AB. Να υποθέσετε ότι δεν υπάρχουν τριβές και ότι στο σημείο Γ δεν μεταβάλλεται η ταχύτητα του αντικειμένου.



Απάντηση:

Σχεδιάζουμε ένα κατακόρυφο κυκλικό επίπεδο που περνάει από τα σημεία A και Γ και το σημείο A ανήκει στην κατακόρυφη του διάμετρο. Ο κύκλος αυτός τέμνει τη διαδρομή AB σε ένα σημείο Δ.



Σύμφωνα με την άσκηση 'Κατακόρυφα επίπεδα σε κυκλική τροχιά.' Ο χρόνος για να μεταβεί το αντικείμενο από στο σημείο A στο σημείο Δ ισούται με το χρόνο που χρειάζεται για να μεταβεί από το σημείο A στο σημείο Γ. Άρα μας μένει να συγκρίνουμε το χρόνο που χρειάζεται για να μεταβεί από το Δ στο B με το χρόνο από το Γ στο B.

Στη συνέχεια ζωγραφίζουμε ένα κύκλο που περνάει από τα σημεία ΒΔΓ. Η χορδή ΔΒ είναι μεγαλύτερη από τη χορδή ΓΒ. Σύμφωνα με τη διατήρηση της μηχανικής ενέργειας αν ένα κινητό ξεκινήσει από το σημείο Α και καταλήγει στο σημείο Β είτε ακολουθώντας τη διαδρομή ΑΒ είτε τη διαδρομή ΑΓΒ κάθε χρονική στιγμή η μηχανική του ενέργεια είναι σταθερή.

$$E_A = E_I = E_{\Delta}$$

Επίσης κάθε σημείο της διαδρομής ΓΒ βρίσκεται σε χαμηλότερο οριζόντιο επίπεδο από κάθε σημείο της διαδρομής ΔΒ άρα κάθε χρονική στιγμή η δυναμική ενέργεια του αντικειμένου κατά τη διαδρομή ΔΒ είναι μεγαλύτερη από τη δυναμική ενέργεια κατά τη διαδρομή ΓΒ, αυτό έχει σαν αποτέλεσμα σε κάθε θέση της διαδρομής ΓΒ το αντικείμενο να έχει μεγαλύτερη κινητική ενέργεια από αυτό της ΔΒ.

Άρα η διαδρομή ΓΒ έχει μικρότερο μήκος από την ΔΒ και σε αυτήν το αντικείμενο κινείται με μεγαλύτερη ταχύτητα, οπότε $t_{\Gamma B} < t_{\Delta B}$.

$$\left. \begin{array}{l} t_{AB} = t_{A\Delta} + t_{\Delta B} \\ t_{A\Gamma B} = t_{A\Gamma} + t_{\Gamma B} \end{array} \right\} \xrightarrow{t_{A\Delta} = t_{A\Gamma}, t_{\Delta B} > t_{\Gamma B}} t_{AB} > t_{A\Gamma B}$$