Για την χορδή, γενικά

Καλημέρα σε όλους και καλή ξεκούραση.

Παρακολουθώ μεν την κουβέντα, σχεδόν από την αρχή, αλλά σε κατάσταση ελαττωμένων δυνατοτήτων απάντησης, ειδικά όσον αφορά τον μαθηματικό φορμαλισμό, έχοντας ένα tablet μόνο (από αυτά που θα φορολογηθούν λέει). Τώρα που είμαι σπίτι να πω μερικά σχετικά, νομίζω, γύρω από το θέμα.

Ίσως δεν έχει τόση σημασία να παρακολουθήσει κανείς λεπτομερώς τις πράξεις όσο τις υποθέσεις και τις προσεγγίσεις, γιαυτό θα υπογραμμίσω τις σημαντικές.

► Αν θέλουμε με οποιοδήποτε τρόπο να μην περιοριστούμε σε μεγέθη που έχουν διεύθυνση κάθετη στην διεύθυνση της χορδής, τότε νομίζω πρέπει :

Αν γράψουμε το δεύτερο νόμο του Νεύτωνα για ένα στοιχειώδες τμήμα της χορδής dm

$$\overline{\boldsymbol{\alpha}} = \kappa^2 \overline{\boldsymbol{F}}$$

και είναι αν u, v, w οι συνιστώσες της ταχύτητας εκφραζόμενες σε συνάρτηση με τις συντεταγμένες σε ένα σημείο την χρονική στιγμή t. Τότε η συνιστώσα της επιτάχυνσης κατά μήκος του άξονα ΟΧ θα είναι ή ίση με την ολική παράγωγο της u(x,y,z,t)

$$\alpha_x=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial x}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial y}\frac{\partial y}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial z}\frac{\partial z}{\partial t} \longrightarrow \alpha_x=\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}u+\frac{\partial u}{\partial y}v+\frac{\partial u}{\partial z}w$$

Παρομοίως θα είναι

$$\alpha_y=\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial x}u+\frac{\partial v}{\partial y}v+\frac{\partial v}{\partial z}w$$

$$\alpha_z=\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial w}{\partial x}u+\frac{\partial w}{\partial y}v+\frac{\partial w}{\partial z}w$$

για τις άλλες δυο συνιστώσες.

Οπότε η (1) μπορεί να γραφεί αναλυτικά για κάθε άξονα

$$\frac{\partial u}{\partial t}+\frac{\partial u}{\partial x}u+\frac{\partial u}{\partial y}v+\frac{\partial u}{\partial z}w=\kappa^2 F_x$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{\partial v}{\partial x}u+\frac{\partial v}{\partial y}v+\frac{\partial v}{\partial z}w=\kappa^2 F_y$$

$$\frac{\partial w}{\partial t}+\frac{\partial w}{\partial x}u+\frac{\partial w}{\partial y}v+\frac{\partial w}{\partial z}w=\kappa^2 F_z$$

Κανείς λοιπόν πρέπει να λύσει αυτές ορίζοντας και πάλι όποιους περιορισμούς και υποθέσεις θέλει για το πρόβλημά του.

Ισοδύναμα αυτό σημαίνει να λύσουμε την Δ.Ε.

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2}=\alpha^2\left(\frac{\partial^2 A}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 A}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 A}{\partial z^2}\right)$$

Όπου A=A(x,y,z,t)

Αρκετά επίπονο και σε κάποιες περιπτώσεις αδύνατο.

Ημίμετρα όμως μάλλον μπερδεύουν την κατάσταση.

► Τώρα για την περίπτωση που έχουμε χορδή που εκτείνεται στην διεύθυνση x και θεωρούμε (προφανώς προσέγγιση) ότι εκτελεί ταλαντώσεις στο επίπεδο (x,y) δηλαδή ικανοποιεί την

$$\frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = \alpha^2 \frac{\partial^2 A}{\partial x^2}$$

όπου A=y(x,t), τότε η γενική λύση για το σχήμα χορδής μήκους l στο χρονικό διάστημα από t_0 μέχρι t_1 δηλαδή για $0 \leq x \leq l$ και $t_0 \leq t \leq t_1$ βρίσκεται κατά την αρχή Ostrogradskii-Hamilton μέσω του ολοκληρώματος της δράσης

S=$\frac{1}{2}(\int_{t_0}^{t_1}\int_0^l(\mu(\frac{\partial y}{\partial t})^2 - T(\frac{\partial y}{\partial x})^2 + 2Fy)dxdt$

Όπου το σχήμα είναι αυτό όπου η δράση S είναι στάσιμη ή ΔS=0.

Η F εδώ είναι εξωτερική δύναμη που δρα στη χορδή. Αν η χορδή διεγερθεί απλά και αφεθεί να ταλαντωθεί μόνη της, τότε βέβαια F=0. Τα άλλα μεγέθη είναι αυτά που έχουν περιγραφεί στις σχετικές αναρτήσεις.

Από δω και πέρα πρέπει να αρχίσουμε να εξετάζουμε τις επιμέρους καταστάσεις. Π.χ. αν τα άκρα της χορδής είναι στερεωμένα πρέπει y=0 για x=0 και x=l και τι γίνεται τις στιγμές t_0, t_1. Αν δρα δύναμη εξωτερική και ανάλογα που δρα πρέπει να προσθέσουμε όρους στο ολοκλήρωμα κλπ κλπ που μάλλον δεν ενδιαφέρουν στις λεπτομέρειές τους την παρέα μας.

► Τι θέλω να πω τελικά. Εργαλεία μαθηματικά υπάρχουν για τα διάφορα θέματα.

Ακόμη και τα πιο προχωρημένα έχουν όρια και θέλουν πολύ καλό προσδιορισμό προϋποθέσεων και των συνθηκών.

Εγώ δηλώνω ότι χαίρομαι και μου αρέσει η ενασχόληση και με αυτό τον τρόπο με την φυσική. Διότι η ΦΥΣΙΚΗ είναι το γούστο μας, τα μαθηματικά είναι το εργαλείο.

Έτσι δηλώνω ότι χαίρομαι και μου αρέσει και η "Σχεδιαστική ή Σχηματική σχολή" (άλλων η ορολογία) όπως υπηρετείται από τον Σάκη και άλλους συναδέλφους γιατί εμβαθύνοντας και διευκρινίζοντας ΕΝΝΟΙΕΣ μας βοηθάνε όλους στη δουλειά μας αλλά και να προβληματιστούμε και να ξεκαθαρίσουμε πράγματα γύρω από την φυσική.