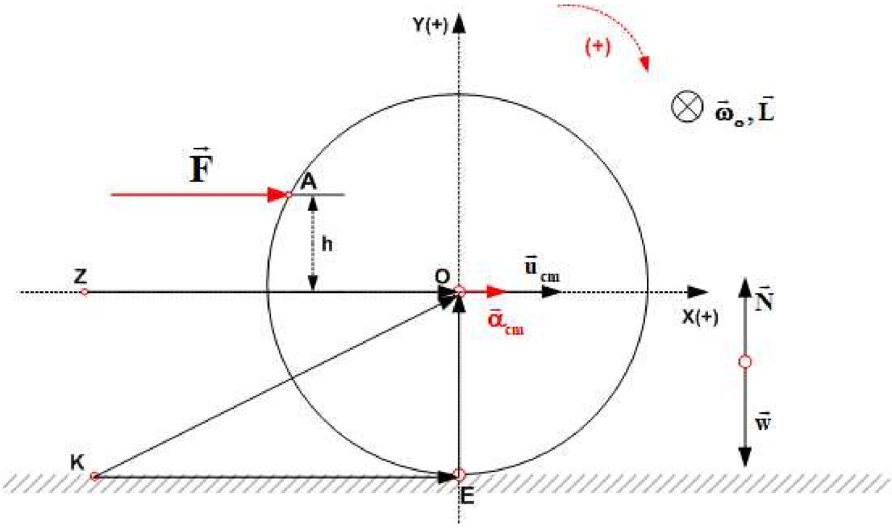
Ακόμα λίγη στροφορμή…



Ακόμα λίγη στροφορμή…

Μαζεύοντας μερικά συμπεράσματα από προηγούμενες αναρτήσεις ας κάνουμε μερικούς υπολογισμούς ως προς

1. τα αδρανειακά σημεία K του εδάφους και Z το οποίο ανήκει στην ίδια οριζόντια με το cm (σημείο O του σχήματος) και

2. Ως προς το ανώτερο σημείο Δ του δίσκου (μη αδρανειακό) και θα γίνει μία προσπάθεια να καταλήξουμε στη σχέση (5) της άσκησης της ανάρτησης

Γενικά ισχύει ότι για οποιοδήποτε σημείο Σ η στροφορμή είναι:

$$\vec{L}_\Sigma = \vec{L}_{(\tau\rho o\chi\iota\alpha\kappa\acute{\eta})/\Sigma} + \vec{L}_{cm} = m\vec{r}_{cm/\Sigma}\times\vec{u}_{cm} + \vec{L}_{cm} \Rightarrow \frac{d\vec{L}_\Sigma}{dt} = m\frac{d(\vec{r}_{cm/\Sigma}\times\vec{u}_{cm})}{dt} + \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \quad (1)$$

όπου $\vec{r}_{cm/\Sigma}$ η θέση του cm ως προς το εκάστοτε σημείο Σ

i) Για το σημείο **Z**: $\vec{r}_{cm/\Sigma} \equiv \overrightarrow{zo}$

Συνεπώς $\vec{r}_{cm/Z}\times\vec{u}_{cm} = 0$ οπότε η σχέση (1) γίνεται: $\frac{d\vec{L}_\Sigma}{dt} = \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} = \Sigma\vec{\tau}_{cm}$ και αυτόματα προκύπτει η σχέση (5) της ανάρτησης δηλαδή :

$$\Sigma\vec{\tau}_{(cm)} = \frac{\Delta\vec{L}}{\Delta\tau} \Rightarrow \vec{\tau}_{\vec{F}(cm)} + \vec{\tau}_{\vec{w}(cm)} + \vec{\tau}_{\vec{N}(cm)} = \frac{\vec{L}_f - \vec{L}_i}{\Delta\tau} \xRightarrow{(+)\otimes} \boxed{F\cdot h = \frac{I_{cm}\cdot\omega_o}{\Delta\tau}}$$

όπου το cm έχει μόνο ιδιοστροφορμή ως προς το Z, δηλαδή $L_f = I_{cm}\cdot\omega_o$

ii) Σημείο K του εδάφους:

$\vec{r}_{cm/K} \equiv \overrightarrow{KO} = \overrightarrow{KE} + \overrightarrow{EO}$ και

$\vec{r}_{cm/K}\times\vec{u}_{cm} = (\overrightarrow{KE} + \overrightarrow{EO})\times\vec{u}_{cm} = \overrightarrow{KE}\times\vec{u}_{cm} + \overrightarrow{EO}\times\vec{u}_{cm} = 0 + \overrightarrow{EO}\times\vec{u}_{cm}$ οπότε ο πρώτος όρος της (1) γίνεται $m\frac{d(\vec{r}_{cm/K}\times\vec{u}_{cm})}{dt} = m\overrightarrow{EO}\times\vec{\alpha}_{cm}$ (2)

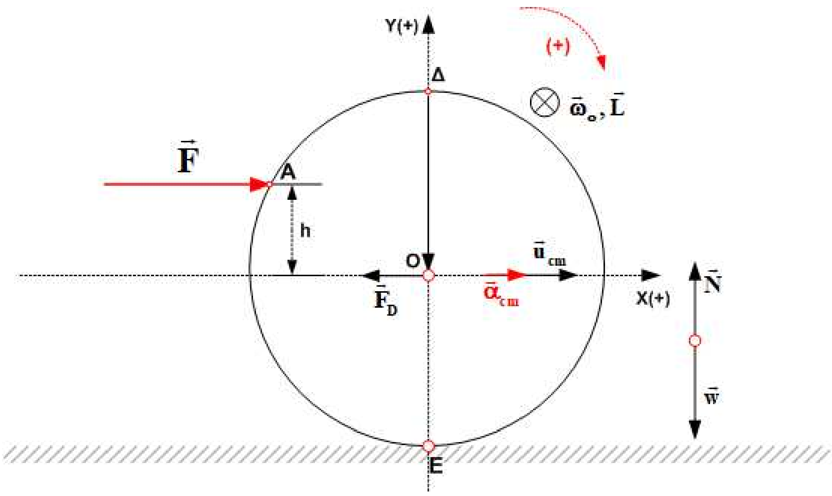
Οπότε

$$\Sigma\vec{\tau}_{(K)} = \frac{d\vec{L}_K}{dt} = m\overrightarrow{EO}\times\vec{\alpha}_{cm} + \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \overset{(+)\otimes}{\Rightarrow} F(R+h) \overset{\Sigma F_x = m\alpha_{cm}}{=} \underbrace{m\alpha_{cm}}_{F} R + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu}$$

$$FR + Fh = FR + I_{cm}\frac{\omega_o}{\Delta\tau} \Rightarrow \boxed{Fh\Delta\tau = I_{cm}.\omega_o}$$

Η προηγούμενη σχέση είναι η σχέση (5) της ανάρτησης…

2. Ως προς το ανώτερο σημείο Δ του δίσκου (μη αδρανειακό) το οποίο φυσικά επιταχύνεται και ο παρατηρητής που κάθεται σε αυτό υποθέτει στο κέντρο μάζας δύναμη D' Alembert με φορά προς τα αριστερά, όπως το σχήμα, και με μέτρο $F_D = m\alpha_{cm}$ (3)



Επεξεργασία της (1):

$$\Sigma\vec{\tau}_{\Delta/\alpha\delta\rho\alpha\nu.} + \Sigma\vec{\tau}_{\Delta/\mu\eta\,\alpha\delta\rho\alpha\nu.} = \frac{d\vec{L}_\Delta}{dt} = m\frac{d(\vec{r}_{cm/\Delta}\times\vec{u}_{cm})}{dt} + \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \text{ (3).}$$

Ο πρώτος όρος της (3) γίνεται: $\frac{d(\vec{r}_{cm/\Delta}\times\vec{u}_{cm})}{dt} = \frac{d(\overrightarrow{\Delta O}\times\vec{u}_{cm})}{dt} = \overrightarrow{\Delta O}\times\frac{d(\vec{u}_{cm})}{dt} = \overrightarrow{\Delta O}\times\vec{\alpha}_{cm}$ (4).

$$(3)\overset{(4)}{\Rightarrow}\vec{\tau}_{\vec{F}/\Delta} + \vec{\tau}_{\vec{F}_D/\Delta} = m\overrightarrow{\Delta O}\times\vec{\alpha}_{cm} + \frac{d\vec{L}_{cm}}{dt} \overset{(+)\otimes}{\Rightarrow} -F(R-h) + F_D R = -mR\alpha_{cm} + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow$$

$$-FR + Fh + F_D R = -m\alpha_{cm}R + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow -\underbrace{(F - F_D)}_{\Sigma F_x}R + Fh = -m\alpha_{cm}R + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu.} \overset{\Sigma F_x = m\alpha_{cm}}{\Rightarrow}$$

$$-m\alpha_{cm}R + Fh = -m\alpha_{cm}R + I_{cm}\alpha_{\gamma\omega\nu.} \Rightarrow Fh = I_{cm}\frac{\omega_o}{\Delta\tau} \Rightarrow \boxed{Fh\Delta\tau = I_{cm}\omega_o}$$