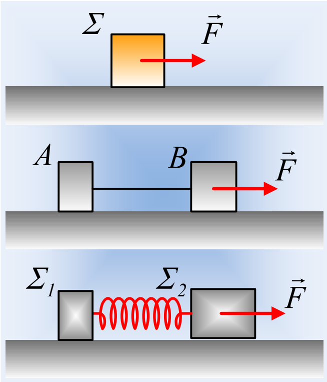
Η μεταφορά ορμής.



Σε λείο οριζόντιο επίπεδο ηρεμεί ένα σώμα Σ μάζας Μ. Τη χρονική στιγμή $t_0=0$ στο σώμα ασκείται μια σταθερή οριζόντια δύναμη μέτρου F=2N.

i) Ποια η ορμή του σώματος Σ τη στιγμή $t_1=10s$;

ii) Αν στη θέση του σώματος Σ, είχαμε δυο σώματα Α και Β με μάζες m και 3m, τα οποία συνδέονται με αβαρές νήμα και ασκούσαμε την ίδια δύναμη στο σώμα Β, να βρεθεί η ορμή κάθε σώματος τη στιγμή t_1.

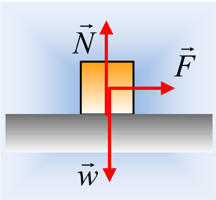
iii) Επαναλαμβάνουμε το πείραμα, αλλά τώρα έχουμε τα σώματα Σ_1 και Σ_2 με μάζες $m_1=1kg$ και $m_2=4kg$, τα οποία συνδέονται με ιδανικό ελατήριο, όπως στο τρίτο σχήμα. Ασκούμε ξανά την ίδια δύναμη στο σώμα Σ_2, οπότε τη στιγμή t_1 το σώμα Σ_2, έχει ταχύτητα μέτρου $υ_2=3m/s$. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος Σ_1 την ίδια χρονική στιγμή t_1.

iv) Τη στιγμή t_1 σταματά να ασκείται η δύναμη F. Μια επόμενη χρονική στιγμή t_2 η ταχύτητα του σώματος Σ_1 μηδενίζεται στιγμιαία. Να βρεθεί η ταχύτητα του Σ_2 τη στιγμή αυτή.

Απάντηση:

i) Από το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για το σώμα Σ έχουμε:

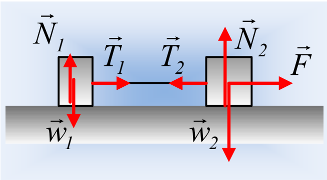
$$\frac{\Delta\vec P}{\Delta t}=\Sigma\vec F \quad (1)$$



Όπου στην περίπτωσή μας, $\Sigma F_y=0$, οπότε ΣF=F. Αλλά αφού η ασκούμενη δύναμη είναι σταθερή, θα είναι σταθερός και ο αντίστοιχος ρυθμός μεταβολής της ορμής για το χρονικό διάστημα $0\text{-}t_1$ και η παραπάνω εξίσωση γίνεται:

$$\frac{P_{τελ}-P_{αρχ}}{t_1-0}=F \to P_{τελ}=F\cdot t_1=2\cdot 10kg\cdot m/s=20kg\cdot m/s$$

Με κατεύθυνση ίδια με την κατεύθυνση της δύναμης (οριζόντια με φορά προς τα δεξιά).



ii) Στο διπλανό σχήμα έχουν σχεδιαστεί οι δυνάμεις που ασκούνται στα σώματα Α και Β, μόλις ασκηθεί η δύναμη F, όπου το νήμα ασκεί δυνάμεις ίσου μέτρου ($T_1=T_2$) στα δυο σώματα. Παίρνοντας το γενικευμένο νόμο του Νεύτωνα για κάθε σώμα χωριστά, έχουμε:

$$\frac{\Delta\vec P_1}{\Delta t}=\Sigma\vec F=\vec T_1 \quad \text{και} \quad \frac{\Delta\vec P_2}{\Delta t}=\Sigma\vec F=\vec F+\vec T_2$$

Με πρόσθεση κατά μέλη των δύο παραπάνω εξισώσεων παίρνουμε:

$$\frac{\Delta\vec P_1}{\Delta t}+\frac{\Delta\vec P_2}{\Delta t}=\vec T_1+\vec F+\vec T_2 \to \frac{\Delta\vec P_{ολ}}{\Delta t}=\vec F \quad (2)$$

Αν δούμε τις εξισώσεις (1) και (2) παρατηρούμε ότι ο γενικευμένος νόμος του Νεύτωνα που ισχύει για ένα σώμα, ισχύει ακριβώς με την ίδια μορφή και για το **σύστημα** των σωμάτων Α και Β, όπου μιλώντας για συνισταμένη δύναμη, έχουμε την **εξωτερική** δύναμη F.

Αλλά τότε από την (2) παίρνουμε:

$$\frac{P_{ολ,τελ}-P_{ολ.αρχ}}{t_1-0}=F \to P_{ολ.τελ}=F\cdot t_1=2\cdot 10kg\cdot m/s=20kg\cdot m/s$$

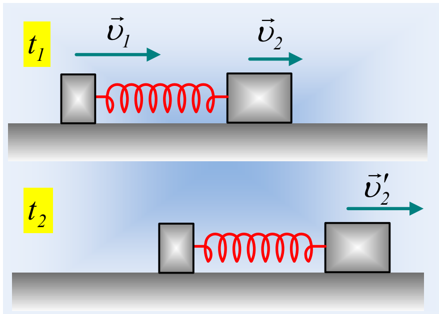
Αλλά αν συμβολίσουμε ως P_1=mυ την τελική ορμή του Α σώματος και P_2=3mυ (ίδια ταχύτητα) την αντίστοιχη ορμή του Β, θα έχουμε:

$$P_1+P_2=P_{ολ} \to mυ+3mυ=P_{ολ} \to 4mυ=20kg\cdot m/s \to$$
$$P_1=mυ=5kg\cdot m/s \text{ και } P_2= 15kg\cdot m/s.$$

iii) Με βάση το προηγούμενο ερώτημα και το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$-$Σ_2$ τη στιγμή t_1 έχει ολική ορμή $P_{ολ}$=20kg·m/s, τώρα όμως το ελατήριο μπορεί να αλλάζει μήκος, με αποτέλεσμα τα σώματα να μην κινούνται με την ίδια ταχύτητα. Έχουμε όμως ξανά:

$$P_1+P_2=P_{ολ} \to m_1υ_1+m_2υ_2= P_{ολ} \to$$
$$υ_1=\frac{P_{ολ}-m_2υ_2}{m_1}=\frac{20-4\cdot 3}{1}m/s=8m/s$$

iv) Μόλις παύει να ασκείται η δύναμη F, το σύστημα των σωμάτων $Σ_1$-$Σ_2$ είναι μονωμένο, οπότε η ορμή του παραμένει σταθερή. Έτσι με εφαρμογή της Α.Δ.Ο, ανάμεσα στις χρονικές στιγμές t_1 και t_2 παίρνουμε:



$$\vec{P}_{ολ,1}=\vec{P}_{ολ.2} \to P_{ολ}=m_1υ'_1+m_2υ'_2 \to$$
$$υ'_2=\frac{P_{ολ}}{m_2}=\frac{20}{4}m/s=5m/s$$

dmargaris@gmail.com