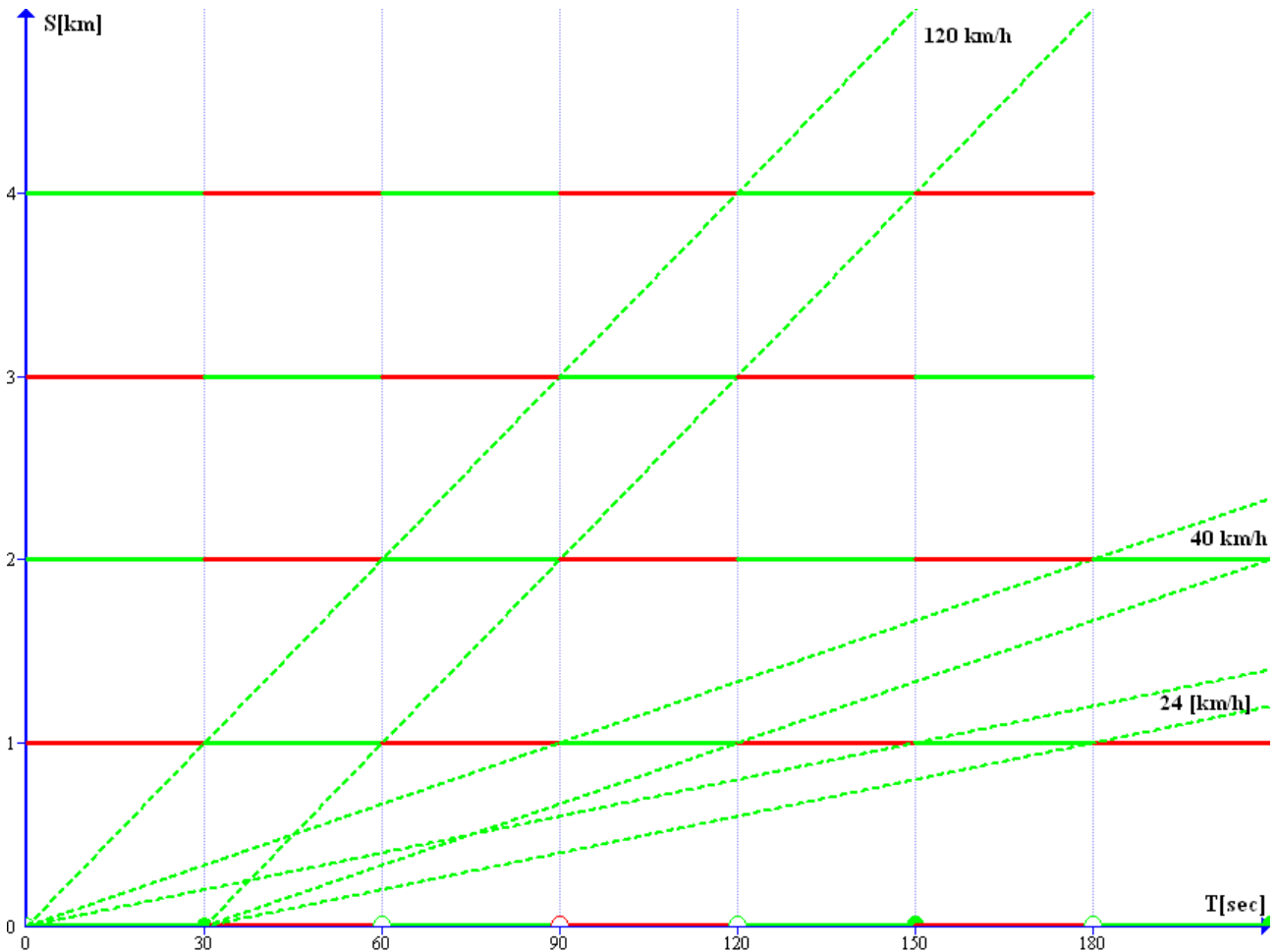


Ασκηση (Ολυμπιάδα φυσικής της Μόσχας 2004)

Εχουμε μια λεωφόρο στην οποία τα φαναρια είναι τοποθετημένα ανα 1 km. Είναι έτσι ρυθμιζόμενα που το κοκκίνο και το πράσινο εναλλάσσονται ανα 30 δευτερολεπτα. Ξερούμε ότι ένα αυτοκίνητο που κινείται με ταχύτητα 40 km/h αν πέρασει κάποιο από τα φαναρια με πράσινο περνάει και όλα τα υπολοιπα φαναρια με πράσινο ('πράσινο κύμα'). Με τι άλλες ταχύτητες θα μπορούσαν τα αυτοκίνητα να έχουν "πράσινο κύμα"?

Λυση



Για την κίνηση του αυτοκίνητου θα χρησιμοποιούμε την γραφική παράσταση $[S - t]$ όπου S – η διανυμενη απόστασή και t – ο αντιστοιχούν χρόνος σε δευτερολεπτα. Στην ίδια γραφική παράσταση θα απεικονίσουμε το σήμα απαγόρευσης των φαναριών με ευθύγραμμο οριζόντιο τμήμα σε χρώμα κοκκίνο και το σήμα ελεύθερο με χρώμα πράσινο. Είναι φανερό ότι για τα αυτοκίνητα τα οποία περνάνε όλα τα φαναρια με πράσινο θα πρέπει η ευθεία τους να τέμνει μόνο τα πρασινα τμήματα.

Παρατηρούμε ότι το αυτοκίνητο το οποίο κινείται με ταχύτητα 40 km/h την αποσταση 1 km θα την διανύσει για $1/40$ τις ωρας δηλαδή για 90 δευτερολεπτα. Επομενως αν αρχίζουμε με το φαναρι "0" και γραψουμε τα τμήματα ελευθερο/απαγόρευση αρχίζοντας από το πράσινο, τότε το φαναρι "1" για να είναι προσπερασιμο μετα από 90 δευτερολεπτα θα πρέπει να αρχίζει με κοκκίνο, το φαναρι "2" με πράσινο κτλ δηλαδή να έχουμε την κατανομη των χρονων των φαναριων όπως στο σχήμα.. Από το γραφικό διαγραμμα φαίνεται ότι το αυτοκίνητο θα περνάει από τα φαναρια χωρίς να σταματήσει μόνο όταν το 1 km το περνάει για 30 sec, 90 sec, 150sec,, $(30 + 60n)$ sec., όπου

$n=0,1,2,3,\dots$ Επομενος η ταχύτητα ενος αυτοκίνητου το οποιο περναι ολα τα φαναρια με πρασινο θα ειναι

$$V_n = \frac{1\text{km}}{(30+60n)\text{sec}} = \frac{1\text{km}\cdot 3600}{(30+60n)\text{hours}} = \frac{120}{1+2n} \text{ km/h} = 120\text{km/h}, 40\text{ km/h}, 24\text{ km/h} \dots$$