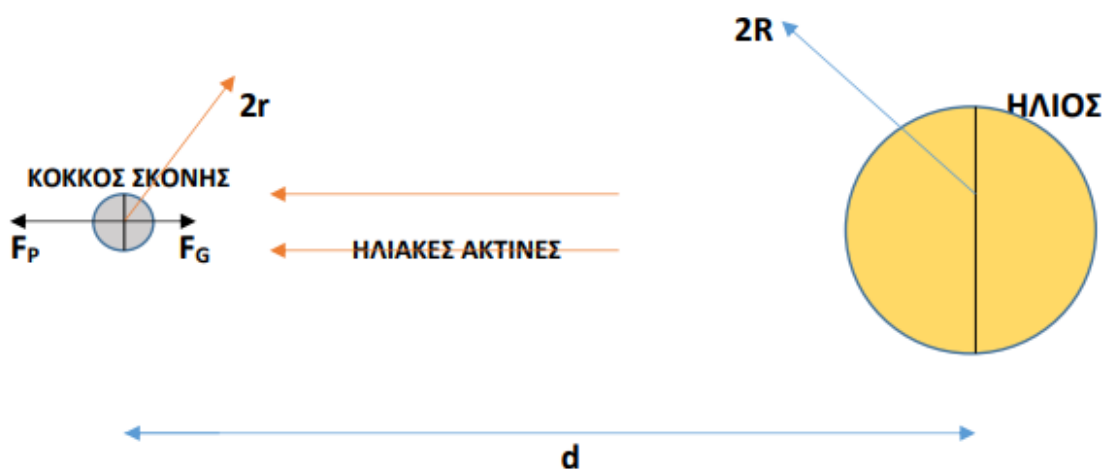


A) Δέσμη φωτονίων πέφτει κάθετα σε επιφάνεια. Αν η επιφάνεια απορροφά τη δέσμη δείξτε ότι η δύναμη που ασκείται στην επιφάνεια είναι $F_p = \frac{I}{c}A$. Όπου I η ροή ενέργειας από την επιφάνεια (ενέργεια ανά μονάδα χρόνου και επιφάνειας), A το εμβαδόν της επιφάνειας και c η ταχύτητα του φωτός.

B)



Ένας σφαιρικός κόκκος σκόνης της ουράς ενός κομήτη πυκνότητας $\rho = 2,25 \text{ g/cm}^3$ δέχεται την ελκτική δύναμη του ήλιου ευρισκόμενου σε απόσταση d και την δύναμη που οφείλεται στην πίεση της ηλιακής ακτινοβολίας. Δίνονται: Μάζα ήλιου $M = 2 \times 10^{30} \text{ kg}$, ακτίνα ήλιου $R = 700.000 \text{ km}$, επιφανειακή θερμοκρασία ήλιου $T = 6000 \text{ K}$, σταθερά Boltzmann $\sigma = 5,67 \times 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$, $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$, $c = 300.000 \text{ km/s}$.

Να βρεθεί για ποιες τιμές της ακτίνας r του κόκκου αυτός απωθείται από την δύναμη που δέχεται από την ηλιακή ακτινοβολία αν απορροφά εξ ολοκλήρου τα φωτόνια της ηλιακής ακτινοβολίας.

Θεωρούμε ότι η ηλιακή ακτινοβολία προσπίπτει σε μία κυκλική τομή του κόκκου κάθετη στην διεύθυνση των ηλιακών ακτίνων.

ΥΠΟΔΕΙΞΗ: Θεωρείστε ότι k φωτόνια σε χρόνο Δt προσπίπτουν στην επιφάνεια και χρησιμοποιείτε τη γενική μορφή του 2ου νόμου του Νεύτωνα.

ΛΥΣΗ

A) Η μεταβολή της ορμής ενός φωτονίου είναι $\Delta p = p - 0 = \frac{h}{\lambda}$

Αν k ο αριθμός των φωτονίων που φτάνουν στην επιφάνεια σε Δt τότε:

2^{ος} νόμος του Νεύτωνα: $F_p = \frac{\Delta p_{ολ}}{\Delta t} = \frac{k\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow F_p = \frac{kh}{\lambda\Delta t}$ (1)

Ροή ενέργειας από την επιφάνεια : $I = \frac{E_{ολ}}{A\Delta t} = \frac{khf}{A\Delta t} \Rightarrow I = \frac{khc}{A\lambda\Delta t}$ (2)

(1)(2) $\Rightarrow \frac{F_p}{I} = \frac{A}{c} \Rightarrow F_p = \frac{I}{c}A$ (3)

Β) Η ηλιακή ακτινοβολία απλώνεται σφαιρικά στο χώρο και στην απόσταση d που βρίσκεται ο κόκκος η ροή ενέργειας είναι:

$I = \frac{\text{ολική ενέργεια που εκπέμπεται από τον ήλιο σε } \Delta t}{\Delta t 4\pi d^2} = \frac{\text{ισχύς}}{4\pi d^2}$ (4)

αλλά από τον νόμο Stefan – Boltzmann για τον ήλιο **ισχύς = $4\pi R^2\sigma T^4$** (5)

(4)(5) $\Rightarrow I = \frac{R^2\sigma T^4}{d^2}$ (6)

Η ηλιακή ακτινοβολία προσπίπτει σε μία κυκλική επιφάνεια του κόκκου εμβαδού $A = \pi r^2$ (7)

(3)(6)(7) $\Rightarrow F_p = \frac{R^2\sigma T^4}{cd^2}\pi r^2$ (8)

Ελκτική δύναμη του ήλιου στον κόκκο $F_G = \frac{GMm}{d^2} = \frac{GM}{d^2}\rho\frac{4}{3}\pi r^3$ (9)

όπου m η μάζα του κόκκου και $m = \rho V = \rho \frac{4}{3}\pi r^3$

Θέλουμε $F_p > F_G$ (8)(9) $\Rightarrow \frac{R^2\sigma T^4}{cd^2}\pi r^2 > \frac{GM}{d^2}m \Rightarrow \frac{R^2\sigma T^4}{cd^2}\pi r^2 > \frac{GM}{d^2}\rho\frac{4}{3}\pi r^3 \Rightarrow$

$r < \frac{3R^2\sigma T^4}{4GM\rho c}$

και με αντικατάσταση $r < 3 \times 10^{-7} \text{ m}$ ή $r < 0,3 \mu\text{m}$

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ. ορμή φωτονίου από την ειδική σχετικότητα

Α' τρόπος απλά για να βρούμε τη σχέση

Ενέργεια $E = hc/\lambda$ Ορμή $p = mc = mc^2/c = E/c = h/\lambda$

Όμως $p = mc = 0$ γιατί $m = 0$

Β' τρόπος μέσω της γενικής εξίσωσης που συνδέει την ορμή με την ενέργεια στην ειδική σχετικότητα.

$$p = \gamma m u \quad (1) \quad E = \gamma m c^2 \quad (2) \quad \text{όπου } \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{c^2}{c^2 - u^2} \Rightarrow$$

$$u^2 = c^2 \left(1 - \frac{1}{\gamma^2}\right) \quad (3)$$

$$(1) \Rightarrow p^2 = \gamma^2 m^2 u^2 \quad (4)$$

$$(3)(4) \Rightarrow p^2 = \gamma^2 m^2 c^2 - m^2 c^2 \Rightarrow p^2 c^2 = (\gamma m c^2)^2 - (m c^2)^2 \quad (5)$$

$$(2)(5) \Rightarrow \mathbf{E^2 = p^2 c^2 + (m c^2)^2} \quad \mathbf{(6)} \quad \text{σχέση ενέργειας ορμής στην ειδική σχετικότητα.}$$

$$\text{-- Για τα άμαζα φωτόνια } m = 0, \quad (6) \Rightarrow E = p c \Rightarrow h c / \lambda = p c \Rightarrow \mathbf{p = h / \lambda}$$

-- Για σώμα σε ηρεμία $p = 0$ $(6) \Rightarrow \mathbf{E = m c^2}$ η περίφημη ισοδυναμία μάζας – ενέργειας. Τα φωτόνια ποτέ δεν βρίσκονται σε κατάσταση ηρεμίας.

ΣΗΜ.1. Δεν υφίσταται ο όρος μάζα ηρεμίας m_0 καθώς η μάζα είναι αναλλοίωτη (ανεξάρτητη της ταχύτητας).

ΣΗΜ.2 Έγινε χρήση των (1),(2) και του παράγοντα Lorentz γ χωρίς απόδειξη.