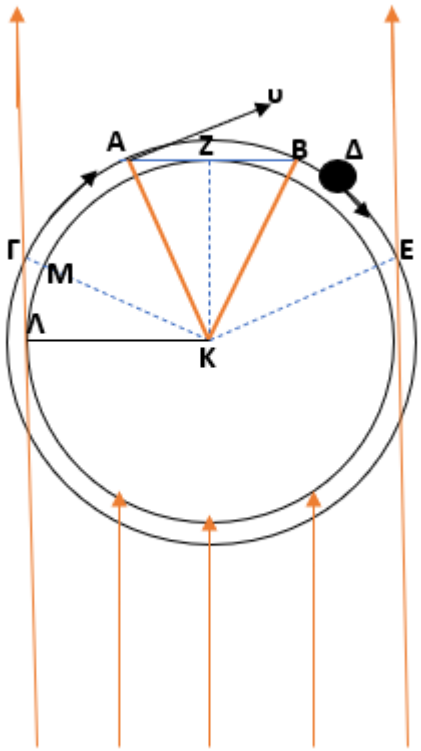


Ο ISS Δ κινείται σε κυκλική τροχιά γύρω από τη γη όπως φαίνεται στο σχήμα και σε ύψος h = 405 km από την επιφάνεια της θεωρητικά σφαιρικής και ακίνητης γης ακτίνας $R_Γ$ = 6371 km.

Α) Αν $GM_Γ = 4χ10^{14}$ Nm^2/kg όπου $M_Γ$ η μάζα της γης, να βρεθούν η ταχύτητα με την οποία κινείται ο σταθμός και η περίοδος περιφοράς του γύρω από τη γη.

Β) Στη θέση Z της γήινης επιφάνειας βρίσκεται επίγειος δέκτης ραδιοκυμάτων και Α,Β τα σημεία που ο ορίζοντας του Z τέμνει την τροχιά του δορυφόρου. Ο πομπός του ISS εκπέμπει στη βασική συχνότητα $f_Δ$ = 145,8 MHz. Τι συχνότητα f_Z λαμβάνει ο δέκτης όταν ο δορυφόρος βρίσκεται στα σημεία Α,Β της τροχιάς του και στο ζενίθ του Z. Πόσο χρόνο διαρκεί η λήψη σημάτων από τον πομπό καθώς ο δορυφόρος μετακινείται από το Α στο Β; Ταχύτητα φωτός c = 300.000 km/s

Γ) Κάποια στιγμή οι ακτίνες του ήλιου θεωρούμενες παράλληλες έχουν την φορά του σχήματος. Ποιοι παρατηρητές στη γη μπορούν να δουν τον ISS στον ουρανό; Πόσο χρόνο παρατηρεί τον σταθμό γήινος παρατηρητής στο Λ; Πόσο χρόνο έμεινε ο σταθμός στο σκοτάδι; Πόσες ανατολές ηλίου

και πόσα ηλιοβασιλέματα αντιλαμβάνονται οι αστροναύτες του ISS σε ένα 24ωρο;

ΛΥΣΗ

Α) Ελκτική δύναμη της γης στον Δ = κεντρομόλος => $\frac{GM_Γ m_Δ}{r^2} = m_Δ \frac{υ^2}{r} =>$

$υ = \sqrt{\frac{GM_Γ}{r}}$ όπου r = $R_Γ$ + h = 6371 + 405 = 6776 km = 6.776.000 m =>

υ = 7683,22 m/s = 27.660 km/h

T = $\frac{2πr}{υ}$ => **T = 5541 s = 92,35 min = 1,54 h**

Β) Σύμφωνα με το φαινόμενο Doppler ο ακίνητος δέκτης Z λαμβάνει συχνότητα:

$f_Z = f_Δ \frac{c}{c \mp υσυνφ} = f_Δ \frac{1}{1 \mp βσυνφ}$ (1) όπου φ η γωνία που σχηματίζει η ταχύτητα υ με την ευθεία πομπός – δέκτης, (-) όταν ο πομπός πλησιάζει τον δέκτη, (+) όταν απομακρύνεται και β = $\frac{υ}{c}$ = 2,561x10^{-5}

Από τη γεωμετρία του σχήματος στις θέσεις Α και Β φ = γωνία(ΑΚΖ) και συνφ = $\frac{KZ}{KA} = \frac{R_Γ}{R_Γ + h}$ => φ ≈ 20^0

--Στο Α ο πομπός πλησιάζει τον δέκτη, έτσι f_Z = $145.800.000 \frac{1}{1 - συν20 χ 2,561x10^{-5}}$ => **F_Z = 145.803.509 Hz**

--Στο Β ο πομπός απομακρύνεται από τον δέκτη, έτσι f_Z = $145.800.000 \frac{1}{1 + συν20 χ 2,561x10^{-5}}$ => **F_Z = 145.796.491 Hz**

--Στο ζενίθ του δέκτη η ταχύτητα του σταθμού είναι κάθετη στην ευθεία πομπός – δέκτης => φ = 90^0 => συνφ = 0 και (1)=> **$f_Z = f_Δ$**

Το τόξο ΑΒ που γράφει ο σταθμός στην τροχιά του βρίσκεται πάνω από τον ορίζοντα του Z και όσο χρόνο t χρειάζεται ο σταθμός να το διανύσει τόσο χρόνο λαμβάνει σήματα ο δέκτης Z.

Τόξο ΑΒ = 2φ = 40^0 = $\frac{360^0}{T} t => t = \frac{40x92,35}{360} => \boldsymbol{t = 10,26\ min}$

Γ) Ο δορυφόρος εισέρχεται στο σκοτάδι(σκιά της γης) στο Γ και εξέρχεται στο Ε. Οι κάτοικοι της γης βλέπουν τον σταθμό όταν για αυτούς είναι νύχτα και για τον σταθμό ημέρα ώστε να αντανακλά τις ακτίνες του ήλιου.

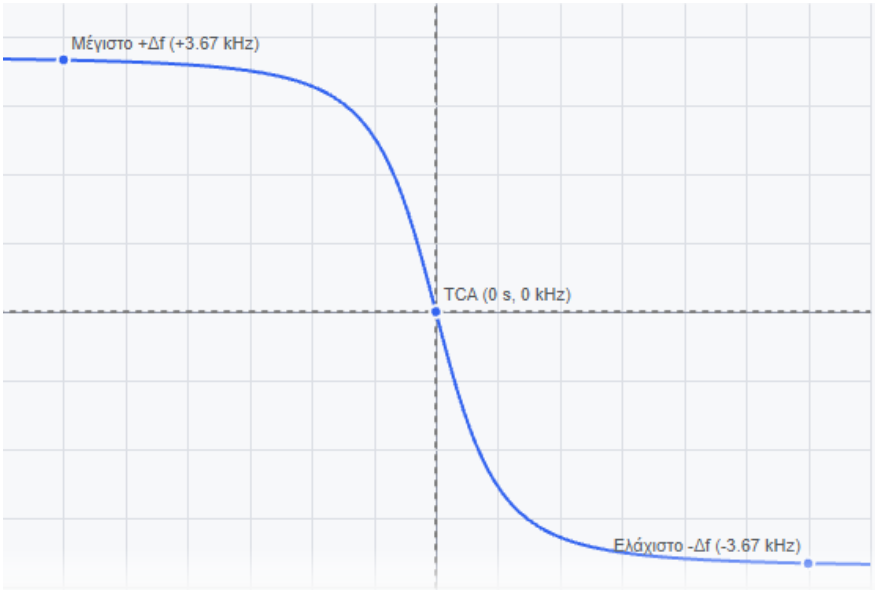
Αν υποθέσουμε ότι ο Λ είναι οριακά στο σκοτάδι και παρατηρεί τον σταθμό από το συμμετρικό σημείο του Γ ως προς το Λ έως το Γ. Εύκολα προκύπτει ότι αυτό το τόξο είναι 40^0 και ο χρόνος παρατήρησης 10,26 min. Οι γήινοι που βλέπουν τον σταθμό βρίσκονται πάνω από τον Λ μέχρι το συμμετρικό του ως προς το Μ, οι υπόλοιποι περιμένουν να αλλάξει θέση ο ήλιος για να τον δουν.

Ο σταθμός μένει στο σκοτάδι διαγράφοντας τόξο 2χγωνία(ΓΚΖ) = 2χγωνία(ΛΚΓ) = 2χ70= 140^0 . Αν t ο χρόνος που έμεινε στο σκοτάδι τότε $140^0 = \frac{360^0}{92,35} t$ => **t = 36 min**

Σε 24h ο σταθμός διαγράφει 24/1,54 = **15,6 στροφές** με αποτέλεσμα σε μία περιστροφή της γης οι αστροναύτες να βιώνουν 15 ή 16 ανατολές και 15 ή 16 ηλιοβασιλέματα με τη νύχτα να διαρκεί 36 min και την ημέρα 56 min περίπου.

ΣΗΜ. 1

Η γραφική παράσταση της Δf με το χρόνο



Τη χρονική στιγμή 0 ο σταθμός διέρχεται από το ζενίθ του δέκτη οπότε Δf = 0. Πριν τη χρονική στιγμή 0 ο σταθμός πλησιάζει τον δέκτη με Δf > 0 και μετά τη χρονική στιγμή 0 απομακρύνεται με Δf < 0. Το μέγιστο Δf αντιστοιχεί στη χρονική στιγμή που ο σταθμός εμφανίζεται στον ορίζοντα

του δέκτη και το ελάχιστο στη χρονική στιγμή που χάνεται κάτω από τον ορίζοντα του δέκτη.

ΣΗΜ.2

Επειδή υ << c κατά την ανάλυσή μας δεν λάβαμε υπόψη την διαστολή του χρόνου. Αν επιζητούμε μέγιστη ακρίβεια τότε από την ειδική σχετικότητα.

$$\boldsymbol{f_Z = f_\Delta \frac{1}{1 \mp \beta \sigma \upsilon \nu \varphi} \sqrt{1 - \beta^2}}$$